

GABARITO FÍSICA

Questão 1

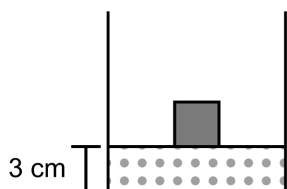


Figura 1

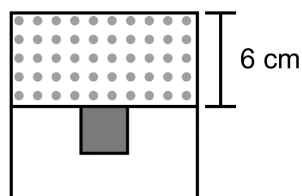


Figura 2

Um cilindro de 60 cm^2 de área de seção transversal contém um gás ideal confinado em seu interior. Em cima do pistão do cilindro é colado um bloco de 15 N de peso. Na Figura 1, a distância do pistão à extremidade fechada do cilindro é de 3 cm . Invertendo-se a posição do cilindro, conforme mostra a Figura 2, verifica-se que a distância do pistão à extremidade fechada do cilindro passa a valer 6 cm .

Dados:

- constante universal dos gases: $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol K})$;
- temperatura do gás: $T = 433 \text{ K}$.

Observações:

- desconsidere a área de contato do bloco;
- considere a temperatura do gás constante.

Diante do exposto, calcule:

- a pressão atmosférica no local da experiência;
- as pressões do gás em cada uma das situações das figuras;
- o número de mols do gás no interior do cilindro.

Gabarito

O equilíbrio do pistão relaciona as pressões do gás à pressão atmosférica. A lei de Boyle permite obter essas pressões, e a equação dos gases ideais fornece o número de mols.

Etapa 1. (a) Escreva o equilíbrio do pistão nas duas posições.

Sejam $W = 15 \text{ N}$ o peso do bloco e $A = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ a área do pistão. A contribuição do peso para a pressão vale:

$$\begin{aligned}\Delta P &= \frac{W}{A} \\ &= \frac{15 \text{ N}}{6 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \\ &= 2,5 \times 10^3 \text{ Pa}\end{aligned}$$

Na Figura 1, o gás sustenta o peso e a força atmosférica. Na Figura 2, a força atmosférica equilibra o peso e a força exercida pelo gás. Assim, as pressões inicial e final são:

$$\begin{aligned}P_i &= P_{\text{atm}} + \Delta P \\ P_f &= P_{\text{atm}} - \Delta P\end{aligned}$$

**Etapla 2.** (a) Determine a pressão atmosférica.

A temperatura permanece constante e o volume dobra, pois a altura do gás passa de 3 cm para 6 cm. Pela lei de Boyle:

$$\begin{aligned}P_i V_i &= P_f V_f \\P_i &= 2P_f \\P_{\text{atm}} + \Delta P &= 2(P_{\text{atm}} - \Delta P) \\P_{\text{atm}} &= 3\Delta P \\&= 3 \cdot 2,5 \times 10^3 \text{ Pa} \\&= \boxed{7,5 \times 10^3 \text{ Pa}}\end{aligned}$$

Etapla 3. (b) Calcule as pressões do gás.

Substituindo a pressão atmosférica nas relações de equilíbrio:

$$\begin{aligned}P_i &= 7,5 \times 10^3 \text{ Pa} + 2,5 \times 10^3 \text{ Pa} \\&= \boxed{1 \times 10^4 \text{ Pa}} \\P_f &= 7,5 \times 10^3 \text{ Pa} - 2,5 \times 10^3 \text{ Pa} \\&= \boxed{5 \times 10^3 \text{ Pa}}\end{aligned}$$

Etapla 4. (c) Determine o número de mols.

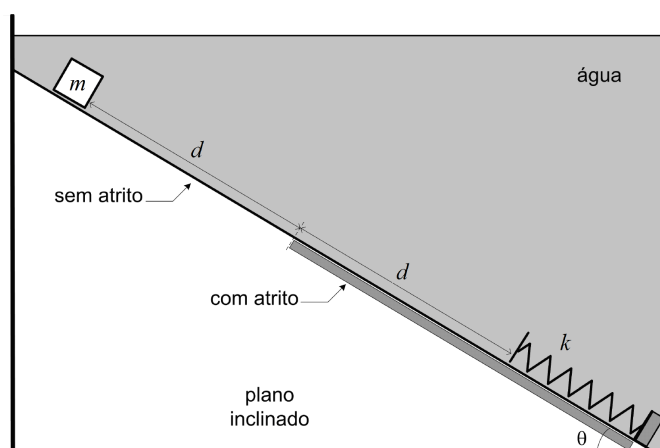
O volume inicial é o produto da área pela altura ocupada pelo gás:

$$\begin{aligned}V_i &= Ah_i \\&= 6 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 3 \times 10^{-2} \text{ m} \\&= 1,8 \times 10^{-4} \text{ m}^3\end{aligned}$$

Aplicando a equação dos gases ideais à situação inicial:

$$\begin{aligned}n &= \frac{P_i V_i}{RT} \\&= \frac{1 \times 10^4 \text{ Pa} \cdot 1,8 \times 10^{-4} \text{ m}^3}{8,314 \text{ J/(mol K)} \cdot 433 \text{ K}} \\&\approx \boxed{5 \times 10^{-4} \text{ mol}}\end{aligned}$$

Questão 2



A figura ilustra um plano inclinado fazendo um ângulo θ com a horizontal. O plano encontra-se dentro de um tanque contendo água, onde também estão um bloco de massa m e uma mola de constante elástica k , inicialmente relaxada. O bloco parte do repouso a uma distância $2d$ da mola. Na primeira metade do percurso, não há atrito. Após essa parte, a superfície do plano passa a apresentar atrito. Ao atingir a mola, o bloco passa a mover-se solidariamente a ela.

Dados:

- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$;
- massa do bloco: $m = 0,1 \text{ kg}$;
- volume do bloco: $V = 0,05 \text{ L}$;
- coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície: $\mu_c = 1/3$;
- constante elástica da mola: $k = 6,2 \text{ N/m}$;
- distância $d = 4 \text{ m}$;
- massa específica da água: $\mu_a = 1 \text{ g/cm}^3$;
- $\sin(\theta) = 0,8$.

Observação:

- com relação à água, considere apenas a força de empuxo.

Considerando a situação descrita, determine:

- o módulo da velocidade do bloco ao alcançar a superfície com atrito;
- o módulo da velocidade do bloco ao atingir a mola;
- a máxima compressão da mola.

Gabarito

O balanço de energia deve incluir o trabalho do empuxo em todo o percurso e o do atrito no trecho rugoso. Após o contato com a mola, parte da energia é armazenada como energia potencial elástica.

Etapas 1. (a) Calcule a velocidade no início do trecho com atrito.

O peso é $P = mg = 1 \text{ N}$. Convertendo o volume para $V = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$, o empuxo constante vale:

$$\begin{aligned} E &= \mu_a V g \\ &= 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \\ &= 0,5 \text{ N} \end{aligned}$$

No primeiro trecho, a queda vertical é $h_1 = d \sin \theta = 3,2 \text{ m}$. O trabalho do empuxo reduz o ganho de energia cinética:

$$\begin{aligned}\frac{mv^2}{2} - Ph_1 &= -Eh_1 \\ v^2 &= \frac{2(P - E)h_1}{m} \\ &= \frac{2 \cdot 0,5 \text{ N} \cdot 3,2 \text{ m}}{0,1 \text{ kg}} \\ &= 32 \text{ m}^2/\text{s}^2 \\ v &= \boxed{4\sqrt{2} \text{ m/s}}\end{aligned}$$

Etapla 2. (b) Determine a força de atrito.

Na direção perpendicular ao plano, a força resultante é nula. Como $\cos \theta = 0,6$, a normal vale:

$$\begin{aligned}N + E \cos \theta &= P \cos \theta \\ N &= (P - E) \cos \theta \\ &= 0,5 \text{ N} \cdot 0,6 \\ &= 0,3 \text{ N}\end{aligned}$$

A força de atrito cinético tem módulo:

$$\begin{aligned}F_{\text{at}} &= \mu_c N \\ &= \frac{1}{3} \cdot 0,3 \text{ N} \\ &= 0,1 \text{ N}\end{aligned}$$

Etapla 3. (b) Calcule a velocidade ao atingir a mola.

Do repouso até a mola, a queda vertical é $h_2 = 2d \sin \theta = 6,4 \text{ m}$. O atrito atua apenas na distância d :

$$\begin{aligned}\frac{mv'^2}{2} - Ph_2 &= -Eh_2 - F_{\text{at}}d \\ \frac{mv'^2}{2} &= (P - E)h_2 - F_{\text{at}}d \\ &= 0,5 \text{ N} \cdot 6,4 \text{ m} - 0,1 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \\ &= 2,8 \text{ J}\end{aligned}$$

Logo, a velocidade ao atingir a mola é:

$$\begin{aligned}v'^2 &= \frac{2 \cdot 2,8 \text{ J}}{0,1 \text{ kg}} \\ &= 56 \text{ m}^2/\text{s}^2 \\ v' &= \boxed{2\sqrt{14} \text{ m/s}}\end{aligned}$$

Etapla 4. (c) Determine a compressão máxima.

Durante a compressão x , o bloco desce mais $x \sin \theta$ e para na compressão máxima. O balanço de energia, a partir do contato com a mola, fornece:

$$\begin{aligned}\frac{kx^2}{2} &= \frac{mv'^2}{2} + (P - E)x \sin \theta \\ &\quad - F_{\text{at}}x \\ &= 2,8 \text{ J} + 0,5 \text{ N} \cdot 0,8 x \\ &\quad - 0,1 \text{ N} x\end{aligned}$$

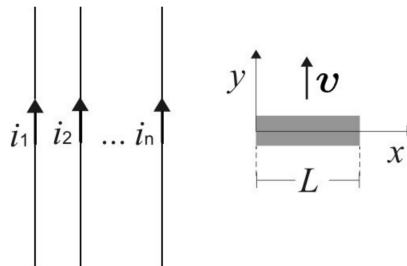
Com x expresso em metros, a equação numérica fica:

$$\begin{aligned}3,1x^2 &= 2,8 + 0,3x \\ 31x^2 - 3x - 28 &= 0 \\ (x - 1)(31x + 28) &= 0\end{aligned}$$

A raiz positiva corresponde à compressão da mola:



$$x = 1 \text{ m}$$

Questão 3

Fios infinitos no plano xy são paralelos ao eixo y e conduzem correntes elétricas nos sentidos desenhados na figura de tal forma que o módulo do campo magnético na superfície de uma chapa metálica de carga total nula seja aproximadamente $B(x) = C - Kx$, onde C e K são constantes positivas.

A chapa movimenta-se com velocidade constante na direção y mantendo-se no plano xy e induzindo assim o deslocamento de elétrons livres na chapa até que campos elétricos estacionários ao longo do eixo x sejam criados para que o equilíbrio eletrostático seja alcançado.

Dados:

- largura da chapa: L ;
- $C > K \cdot L$;
- velocidade da chapa: v , no sentido positivo de y ;
- correntes nos fios: $i_1, i_2, \dots, i_n$;
- distâncias dos fios ao eixo y : $d_1, d_2, \dots, d_n$;
- posições dos fios: à esquerda do eixo;
- permeabilidade magnética do meio: μ_0 .

Diante do exposto e justificando todas as respostas, determine:

- para que lado da chapa (direito ou esquerdo) haverá maior deslocamento de elétrons;
- a expressão do módulo do campo elétrico $E(x)$ induzido na chapa no equilíbrio eletrostático em função da posição x ;
- o módulo da diferença de potencial elétrico entre as posições $x = 0$ e $x = L$;
- a relação entre a constante C (campo magnético em $x = 0$) e as correntes e distâncias listadas nos dados acima.

Gabarito

A força magnética desloca os elétrons até que a força elétrica a equilibre. Esse equilíbrio fornece o campo elétrico, cuja área no gráfico em função de x determina a diferença de potencial. O campo dos fios em $x = 0$ fixa a constante C .

Etapa 1. (a) Determine o sentido do deslocamento dos elétrons.

As correntes produzem, na chapa, um campo magnético no sentido negativo de z , entrando no papel. Como a velocidade aponta no sentido positivo de y , o produto $\vec{v} \times \vec{B}$ aponta no sentido negativo de x . A carga do elétron é negativa, portanto sua força magnética aponta no sentido positivo de x . Assim, haverá maior deslocamento de elétrons para a:

direita

Etapla 2. (b) Obtenha o campo elétrico no equilíbrio.

No equilíbrio, as forças elétrica e magnética sobre cada elétron têm sentidos opostos e módulos iguais:

$$\begin{aligned} |q|E(x) &= |q|vB(x) \\ E(x) &= v(C - Kx) \\ &= \boxed{Cv - Kv x} \end{aligned}$$

Etapla 3. (c) Calcule a diferença de potencial.

O campo varia linearmente de Cv a $Cv - KvL$. Como $C > KL$, o campo mantém o mesmo sentido em toda a largura. O módulo da diferença de potencial é a área do trapézio sob o gráfico:

$$\begin{aligned} U &= \frac{[E(0) + E(L)]L}{2} \\ &= \frac{(Cv + Cv - KvL)L}{2} \\ &= \boxed{\frac{(2C - KL)vL}{2}} \end{aligned}$$

Etapla 4. (d) Relacione o campo às correntes nos fios.

Um fio infinito, percorrido pela corrente i_j , produz em $x = 0$ um campo de módulo:

$$B_j(0) = \frac{\mu_0 i_j}{2\pi d_j}$$

Todos os fios produzem campos no sentido negativo de z nesse ponto. Portanto, os módulos se somam:

$$\begin{aligned} C &= \sum_{j=1}^n B_j(0) \\ &= \boxed{\frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{j=1}^n \frac{i_j}{d_j}} \end{aligned}$$

**Questão 4**

Em uma experiência de campo, um observador parado estuda o movimento de um veículo que se aproxima em sua direção. De tempos em tempos, o veículo emite simultaneamente um sinal acústico de frequência f e um sinal luminoso. No instante $t = t_1$, o observador detecta um sinal luminoso; no instante $t = t_1 + \Delta t_1$, detecta o sinal acústico correspondente com uma frequência f_1 . No instante $t = t_2$, o observador detecta outro sinal luminoso; no instante $t = t_2 + \Delta t_2$, detecta o sinal acústico correspondente com uma frequência f_2 .

Dados:

- $f = 300 \text{ Hz}$;
- $t_1 = 0 \text{ s}$;
- $\Delta t_1 = 3 \text{ s}$;
- $f_1 = 310 \text{ Hz}$;
- $t_2 = 34 \text{ s}$;
- $\Delta t_2 = 1 \text{ s}$;
- $f_2 = 320 \text{ Hz}$;
- velocidade do som: 340 m/s .

Observação:

- a velocidade do veículo não sofre variações abruptas.

Para o intervalo de tempo $t_1 \leq t \leq t_2$, determine:

- a velocidade média do veículo;
- a aceleração média do veículo.

Gabarito

O atraso do som em relação à luz fornece a distância ao veículo em cada emissão. O efeito Doppler determina as velocidades nesses instantes, permitindo calcular as médias no intervalo. Despreza-se o tempo de propagação da luz e adota-se como positivo o sentido de aproximação.

Etapa 1. (a) Determine as distâncias ao observador.

Como a luz chega praticamente no instante da emissão, as distâncias são dadas por $d_j = v_s \Delta t_j$, com $v_s = 340 \text{ m/s}$:

$$\begin{aligned}d_1 &= 340 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} \\&= 1020 \text{ m} \\d_2 &= 340 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} \\&= 340 \text{ m}\end{aligned}$$

Etapa 2. (a) Calcule a velocidade média.

O veículo percorre $d_1 - d_2$ no sentido do observador, durante $t_2 - t_1 = 34 \text{ s}$:

$$\begin{aligned}v_m &= \frac{d_1 - d_2}{t_2 - t_1} \\&= \frac{1020 \text{ m} - 340 \text{ m}}{34 \text{ s}} \\&= \boxed{20 \text{ m/s}}\end{aligned}$$

Etapa 3. (b) Obtenha as velocidades nos dois instantes.

Para uma fonte que se aproxima de um observador parado, o efeito Doppler relaciona a frequência recebida f_j à velocidade v_j da fonte:



$$f_j = f \frac{v_s}{v_s - v_j}$$
$$v_j = v_s \left(1 - \frac{f}{f_j} \right)$$

Aplicando essa relação às duas emissões:

$$v_1 = 340 \text{ m/s} \left(1 - \frac{300}{310} \right)$$
$$= \frac{340}{31} \text{ m/s}$$
$$v_2 = 340 \text{ m/s} \left(1 - \frac{300}{320} \right)$$
$$= \frac{85}{4} \text{ m/s}$$

Etapas 4. (b) Calcule a aceleração média.

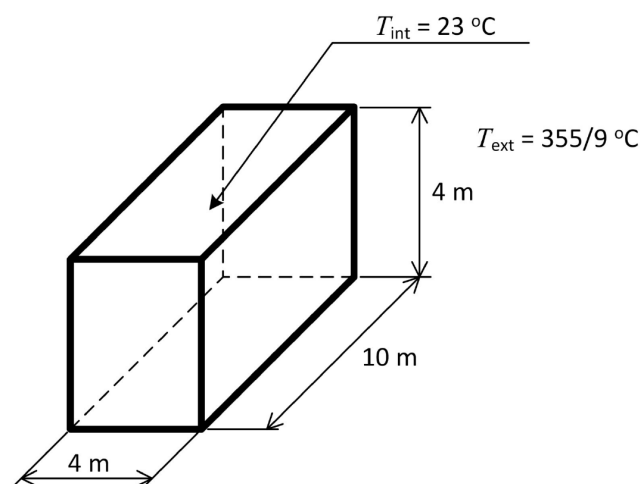
A aceleração média é a variação da velocidade dividida pelo intervalo entre as emissões:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$
$$= \frac{\left(\frac{85}{4} - \frac{340}{31} \right) \text{ m/s}}{34 \text{ s}}$$
$$= \frac{75}{248} \text{ m/s}^2$$
$$\approx \boxed{0,3 \text{ m/s}^2}$$

A velocidade média e a aceleração média apontam no sentido de aproximação do observador.



Questão 5



Um laboratório deve ser mantido refrigerado a certa temperatura e recebe fluxo de calor incidente no teto, sendo que o piso se encontra idealmente isolado. O fluxo de calor em cada parede lateral é tomado como metade daquele recebido pelo teto. O funcionamento do maquinário no interior do laboratório juntamente com a carga térmica relativa aos técnicos está estimado em 25% do fluxo de calor relativo ao teto mais paredes. Um técnico estima que o custo por jornada de 8 horas referente ao acionamento elétrico do aparelho de condicionamento do ar desta instalação é aproximadamente R\$ 40,00.

Dados:

- temperatura de projeto no interior do laboratório: 23 °C ;
- temperatura do ambiente externo: $\frac{355}{9}\text{ °C}$;
- dimensões do laboratório: $4\text{ m} \times 10\text{ m} \times 4\text{ m}$;
- fluxo de calor incidente no teto do laboratório nas condições de projeto: 300 W/m^2 ;
- razão entre o coeficiente de desempenho do aparelho de ar condicionado e o do refrigerador de um ciclo de Carnot: $1/6$;
- custo de energia durante o acionamento do compressor do ar condicionado: R\$ 0,70 por kWh.

Baseado nos dados listados e em uma análise termodinâmica do problema, avalie o custo e conclua se a estimativa do técnico está adequada, subestimada ou superestimada.

Gabarito

Para manter a temperatura constante, o ar-condicionado deve retirar o calor recebido pelo teto e pelas paredes, além do calor gerado no interior. O coeficiente de desempenho relaciona esse calor à energia elétrica consumida, que determina o custo.

Etapla 1. Calcule a potência térmica recebida do exterior.

O teto tem área $A_t = 40\text{ m}^2$. A área total das quatro paredes é:

$$\begin{aligned} A_p &= 2(10\text{ m} \cdot 4\text{ m}) \\ &\quad + 2(4\text{ m} \cdot 4\text{ m}) \\ &= 112\text{ m}^2 \end{aligned}$$

O fluxo por unidade de área é $\phi = 300\text{ W/m}^2$ no teto e $\phi/2$ nas paredes. Portanto:

$$\begin{aligned}
 \dot{Q}_{\text{ext}} &= \phi A_t + \frac{\phi}{2} A_p \\
 &= 300 \text{ W/m}^2 \cdot 40 \text{ m}^2 \\
 &\quad + 150 \text{ W/m}^2 \cdot 112 \text{ m}^2 \\
 &= 28,8 \text{ kW}
 \end{aligned}$$

Etapla 2. Determine o calor retirado por jornada.

O maquinário e os técnicos acrescentam 25% à potência térmica recebida do exterior:

$$\begin{aligned}
 \dot{Q}_{\text{int}} &= \frac{\dot{Q}_{\text{ext}}}{4} \\
 &= 7,2 \text{ kW} \\
 \dot{Q}_F &= 28,8 \text{ kW} + 7,2 \text{ kW} \\
 &= 36 \text{ kW}
 \end{aligned}$$

Em uma jornada de 8 h, o aparelho retira:

$$\begin{aligned}
 Q_F &= \dot{Q}_F \Delta t \\
 &= 36 \text{ kW} \cdot 8 \text{ h} \\
 &= 288 \text{ kWh}
 \end{aligned}$$

Etapla 3. Calcule o coeficiente de desempenho.

Adotando a conversão aproximada $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$, a temperatura interna é $T_F = 296 \text{ K}$. A diferença entre as temperaturas externa e interna vale:

$$\begin{aligned}
 T_Q - T_F &= \left(\frac{355}{9} - 23 \right) \text{ K} \\
 &= \frac{148}{9} \text{ K}
 \end{aligned}$$

O coeficiente do aparelho é um sexto do coeficiente do refrigerador de Carnot:

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{1}{6} \frac{T_F}{T_Q - T_F} \\
 &= \frac{296 \cdot 9}{6 \cdot 148} \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

Etapla 4. Calcule o custo e avalie a estimativa.

Como $e = Q_F/W$, a energia elétrica consumida pelo compressor é:

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{Q_F}{e} \\
 &= \frac{288 \text{ kWh}}{3} \\
 &= 96 \text{ kWh}
 \end{aligned}$$

Ao custo de R\$ 0,70 por kWh, a jornada custa:

$$\begin{aligned}
 C &= 96 \cdot 0,70 \text{ R\$} \\
 &= \boxed{\text{R\$ } 67,20}
 \end{aligned}$$

Como esse valor supera os R\$ 40,00 estimados pelo técnico, a estimativa está **subestimada**.

Questão 6

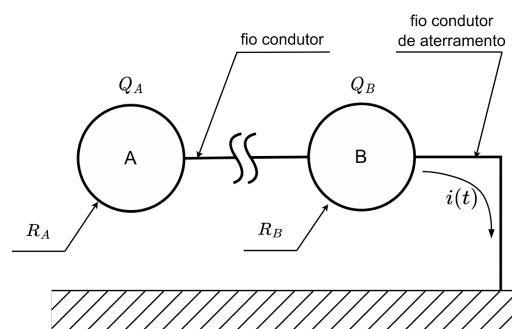


Figura 1

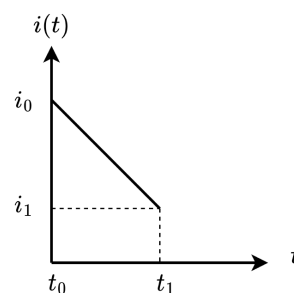


Figura 2

Duas esferas condutoras A e B, inicialmente isoladas, com cargas positivas Q_A e Q_B e raios R_A e R_B , são ligadas por meio de um fio condutor ideal e longo. Depois do sistema entrar em equilíbrio eletrostático, outro fio condutor, com pequena resistência elétrica, é conectado à esfera B no instante $t = t_0$ e o sistema é aterrado, conforme mostra a figura acima à esquerda. Durante o período em que o sistema permanece aterrado, circula pelo fio condutor de aterramento a corrente $i(t)$ variante com o tempo mostrada no gráfico à direita. Em $t = t_1$, o fio de aterramento é desconectado e, depois do sistema entrar novamente em equilíbrio eletrostático, o fio condutor que conecta as duas esferas é retirado.

Dados:

- carga da esfera A: $Q_A = 6 \text{ C}$;
- carga da esfera B: $Q_B = 4 \text{ C}$;
- raio da esfera A: $R_A = 2 \text{ m}$;
- raio da esfera B: $R_B = 1 \text{ m}$;
- corrente i_0 : 5 A ;
- corrente i_1 : 3 A ;
- instante de tempo t_0 : 0 s ;
- instante de tempo t_1 : $1,5 \text{ s}$.

Diante do exposto, determine:

- a densidade superficial de carga de cada esfera depois que são conectadas e antes do aterramento;
- a soma das cargas das esferas A e B após o fio de aterramento ter sido desconectado em $t = t_1$;
- a carga da esfera A depois do fio condutor que conecta as duas esferas ter sido retirado.

Gabarito

A ligação entre as esferas iguala seus potenciais e conserva a carga total. Durante o aterramento, a área sob o gráfico da corrente fornece a carga transferida. Depois, a igualdade dos potenciais determina a nova distribuição de carga.

Etapla 1. (a) Determine as cargas antes do aterramento.

Sejam Q'_A e Q'_B as cargas após a primeira ligação. Pela conservação da carga:

$$\begin{aligned} Q'_A + Q'_B &= Q_A + Q_B \\ &= 6 \text{ C} + 4 \text{ C} \\ &= 10 \text{ C} \end{aligned}$$

Como o fio é longo, despreza-se a influência de uma esfera sobre o potencial da outra. A igualdade dos potenciais fornece:



$$\begin{aligned}\frac{kQ'_A}{R_A} &= \frac{kQ'_B}{R_B} \\ \frac{Q'_A}{Q'_B} &= \frac{R_A}{R_B} \\ &= 2\end{aligned}$$

Combinando a razão entre as cargas com a soma, obtém-se:

$$\begin{aligned}Q'_B &= \frac{10}{3} \text{ C} \\ Q'_A &= \frac{20}{3} \text{ C}\end{aligned}$$

Etapla 2. (a) Calcule as densidades superficiais.

A densidade superficial é a carga dividida pela área da esfera:

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \frac{Q'_A}{4\pi R_A^2} \\ &= \frac{20}{3 \cdot 4\pi \cdot 2^2} \text{ C/m}^2 \\ &= \boxed{\frac{5}{12\pi} \text{ C/m}^2} \\ \sigma_B &= \frac{Q'_B}{4\pi R_B^2} \\ &= \frac{10}{3 \cdot 4\pi \cdot 1^2} \text{ C/m}^2 \\ &= \boxed{\frac{5}{6\pi} \text{ C/m}^2}\end{aligned}$$

Etapla 3. (b) Determine a carga total após o aterramento.

Como as esferas têm potencial positivo, a Terra fornece elétrons ao sistema. O módulo da carga transferida é a área do trapézio sob o gráfico de $i(t)$:

$$\begin{aligned}|\Delta Q| &= \frac{(i_0 + i_1)(t_1 - t_0)}{2} \\ &= \frac{(5 \text{ A} + 3 \text{ A}) \cdot 1,5 \text{ s}}{2} \\ &= 6 \text{ C}\end{aligned}$$

A entrada de elétrons diminui a carga total, de modo que $\Delta Q = -6 \text{ C}$. Portanto:

$$\begin{aligned}Q_{\text{total},f} &= 10 \text{ C} - 6 \text{ C} \\ &= \boxed{4 \text{ C}}\end{aligned}$$

Etapla 4. (c) Determine a carga final da esfera A.

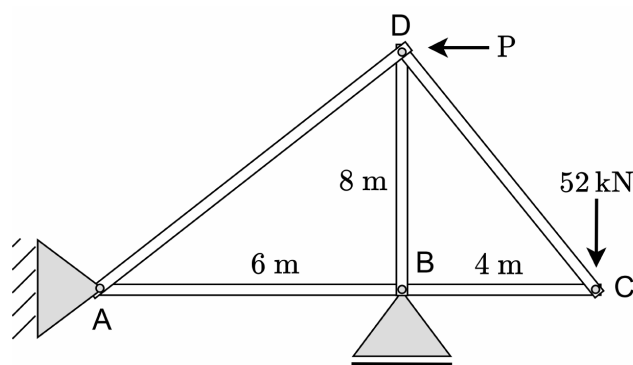
Depois de desconectar o aterramento, a carga total permanece igual a 4 C . No novo equilíbrio, a razão entre as cargas continua igual à razão entre os raios:

$$\begin{aligned}Q_{A,f} + Q_{B,f} &= 4 \text{ C} \\ Q_{A,f} &= 2Q_{B,f} \\ 3Q_{B,f} &= 4 \text{ C}\end{aligned}$$

A retirada do fio entre as esferas preserva essas cargas. Assim:

$$\begin{aligned}Q_{A,f} &= 2 \cdot \frac{4}{3} \text{ C} \\ &= \boxed{\frac{8}{3} \text{ C}}\end{aligned}$$

Questão 7



O guindaste da figura é montado com o auxílio da barra vertical BD, das barras horizontais AB e BC e das barras inclinadas AD e CD. O apoio A resiste a forças horizontais e verticais, enquanto o apoio B resiste apenas às forças verticais. Sabe-se que a reação normal no apoio B é 60 kN de baixo para cima e que são aplicadas forças externas indicadas nos pontos C e D.

Observações:

- as barras são rígidas e possuem massa desprezível;
- a força P no ponto D é horizontal e a força de 52 kN no ponto C é vertical.

Na condição de equilíbrio, determine:

- a força horizontal P;
- o módulo da reação no apoio A;
- a força atuante na barra AD, discriminando se é de tração ou compressão.

Gabarito

O equilíbrio de momentos da estrutura fornece a força horizontal. O equilíbrio das forças determina a reação no apoio A e, em seguida, o equilíbrio do pino A permite calcular o esforço na barra AD.

Etapa 1. (a) Determine a força horizontal P.

Tomando momentos em torno de A, as componentes da reação nesse apoio não contribuem. Os braços de P, da reação em B e da força em C são, respectivamente, 8 m, 6 m e 10 m:

$$\begin{aligned} P \cdot 8 \text{ m} &= 52 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} \\ &\quad - 60 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} \\ &= 160 \text{ kN m} \\ P &= \boxed{20 \text{ kN}} \end{aligned}$$

A força aponta para a esquerda, como indicado na figura.

Etapa 2. (b) Calcule a reação no apoio A.

Adotando os sentidos positivos para a direita e para cima, o equilíbrio horizontal e vertical fornece:

$$\begin{aligned} A_x - P &= 0 \\ A_x &= 20 \text{ kN} \\ A_y + 60 \text{ kN} - 52 \text{ kN} &= 0 \\ A_y &= -8 \text{ kN} \end{aligned}$$

A componente horizontal aponta para a direita, e a vertical aponta para baixo. O módulo da reação é:



$$\begin{aligned}F_A &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \\&= \sqrt{20^2 + (-8)^2} \text{ kN} \\&= \boxed{4\sqrt{29} \text{ kN}}\end{aligned}$$

Etapla 3. (c) Determine o esforço na barra AD.

A barra AD forma com a horizontal um ângulo θ cujo seno é obtido pelo triângulo de lados 6 m, 8 m e 10 m:

$$\begin{aligned}\text{sen } \theta &= \frac{8}{10} \\&= 0,8\end{aligned}$$

No pino A, a barra AB exerce apenas força horizontal. Portanto, a componente vertical da força de AD deve equilibrar a reação de 8 kN para baixo:

$$\begin{aligned}F_{AD} \text{ sen } \theta &= 8 \text{ kN} \\F_{AD} &= \frac{8 \text{ kN}}{0,8} \\&= \boxed{10 \text{ kN}}\end{aligned}$$

A barra puxa o pino A na direção de D. Logo, o esforço é de **tração**.

Questão 8

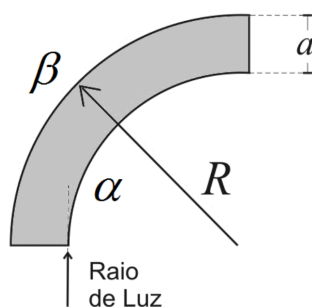


Figura 1

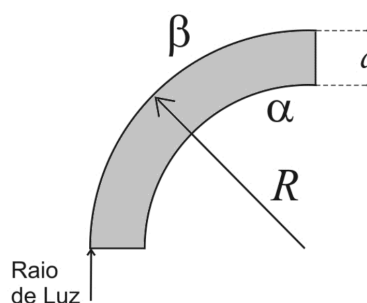


Figura 2

Uma fibra óptica tem uma seção transversal de espessura a e possui o formato mostrado nas figuras, onde a curva externa β é um arco de $1/4$ de circunferência de raio R e a curva interna α é um arco de $1/4$ de circunferência de raio $R - a$. Considere duas situações: na situação da Figura 1, um raio de luz entra na fibra tangenciando a curva α ; na situação da Figura 2, um raio de luz entra na fibra tangenciando a curva β por dentro.

Dados:

- índice de refração no interior da fibra: n ;
- índice de refração do meio externo à fibra: 1;
- velocidade da luz no vácuo: c .

Observação:

- em ambas as situações o raio de luz incide perpendicularmente à superfície da fibra.

Considerando as duas situações, determine:

- o menor valor de R , em função de a e n , de forma que o raio de luz mostrado na situação da Figura 1 fique confinado e não escape da fibra na primeira incidência na curva β ;
- o tempo de viagem do raio de luz confinado à fibra na situação da Figura 2.

Gabarito

A condição de reflexão total, combinada à geometria da fibra, determina o raio mínimo de curvatura. Na segunda situação, o tempo é obtido pelo comprimento do percurso no limite em que a luz tangencia a curva externa.

Etapla 1. (a) Relacione o ângulo de incidência aos raios.

A luz entra perpendicularmente à face de entrada, sem desvio. Na primeira incidência sobre β , a normal é o raio da circunferência externa. Seja θ o ângulo entre essa normal e o raio luminoso.

O triângulo retângulo formado tem hipotenusa R e cateto oposto a θ igual a $R - a$. Logo:

$$\sin \theta = \frac{R - a}{R}$$

Etapla 2. (a) Aplique a condição de reflexão total.

Para $n > 1$, o ângulo limite θ_L satisfaz $\sin \theta_L = 1/n$. No limite de confinamento, $\theta \geq \theta_L$:

$$n \sin \theta \geq 1$$

$$n \frac{R - a}{R} \geq 1$$

$$(n - 1)R \geq na$$

Portanto, o menor raio na condição limite é:

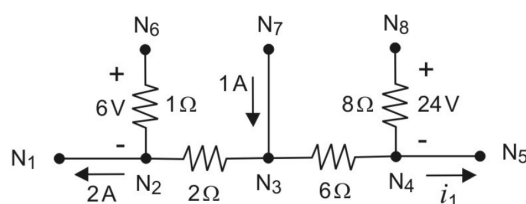
$$R_{\min} = \frac{na}{n-1}$$

Etapla 3. (b) Calcule o tempo de percurso.

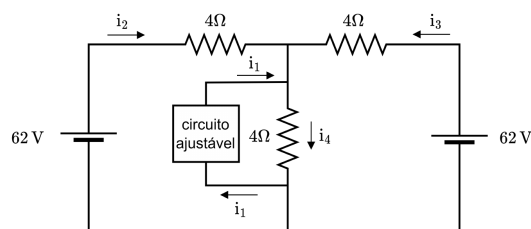
A situação da Figura 2 é interpretada como o limite em que o raio entra junto à borda externa, pelo interior da fibra. O ângulo de incidência tende a 90° , e o percurso por sucessivas reflexões tende ao arco externo de um quarto de circunferência. Nesse limite, o percurso tem comprimento $\Delta S = \pi R/2$, e a velocidade na fibra é $v = c/n$. Portanto:

$$\begin{aligned} t &= \frac{\Delta S}{v} \\ &= \frac{\pi R}{2} \cdot \frac{n}{c} \\ &= \frac{Rn\pi}{2c} \end{aligned}$$

Questão 9



Circuito 1



Circuito 2

As figuras ilustram dois circuitos. O Circuito 1 possui oito nós, numerados de N_1 a N_8 , quatro resistores e apresenta algumas medidas realizadas por voltímetros e amperímetros, inclusive a corrente i_1 entre os nós N_4 e N_5 . Já o Circuito 2 possui duas baterias de 62V, três resistores idênticos e um circuito que é ajustável de forma que por ele circule a mesma corrente i_1 indicada no Circuito 1.

Determine as correntes i_1 , i_2 , i_3 e i_4 do Circuito 2.

Gabarito

A lei de Ohm e a lei dos nós fornecem a corrente i_1 no Circuito 1. Com esse valor, as leis das malhas e dos nós determinam as demais correntes no Circuito 2.

Etapla 1. Calcule as correntes nos resistores verticais do Circuito 1.

Nesses resistores, a corrente convencional vai do maior para o menor potencial. Indicando por i_{ab} a corrente de N_a para N_b , a lei de Ohm fornece:



$$\begin{aligned}i_{62} &= \frac{6V}{1\Omega} \\&= 6A \\i_{84} &= \frac{24V}{8\Omega} \\&= 3A\end{aligned}$$

Etapla 2. Aplique a lei dos nós no Circuito 1.

No nó N_2 , chegam 6 A e saem 2 A para N_1 . A corrente restante segue para N_3 :

$$\begin{aligned}i_{23} &= 6A - 2A \\&= 4A\end{aligned}$$

Em N_3 , soma-se a corrente de 1 A que vem de N_7 :

$$\begin{aligned}i_{34} &= 4A + 1A \\&= 5A\end{aligned}$$

No nó N_4 , as correntes provenientes de N_3 e N_8 se somam. Logo:

$$\begin{aligned}i_1 &= i_{34} + i_{84} \\&= 5A + 3A \\&= \boxed{8A}\end{aligned}$$

Etapla 3. Escreva as equações das malhas do Circuito 2.

Na malha da esquerda, a tensão da bateria iguala a soma das quedas de tensão nos resistores superior esquerdo e central:

$$\begin{aligned}4\Omega(i_2 + i_4) &= 62V \\i_2 + i_4 &= 15,5A\end{aligned}$$

Na malha da direita, aplica-se a mesma relação aos resistores superior direito e central:

$$\begin{aligned}4\Omega(i_3 + i_4) &= 62V \\i_3 + i_4 &= 15,5A\end{aligned}$$

Subtraindo as duas equações, obtém-se $i_2 = i_3$.

Etapla 4. Determine as demais correntes.

No nó superior central, as correntes i_1 , i_2 e i_3 entram, enquanto i_4 sai:

$$\begin{aligned}i_4 &= i_1 + i_2 + i_3 \\&= 8A + 2i_2\end{aligned}$$

Substituindo na equação da malha esquerda:

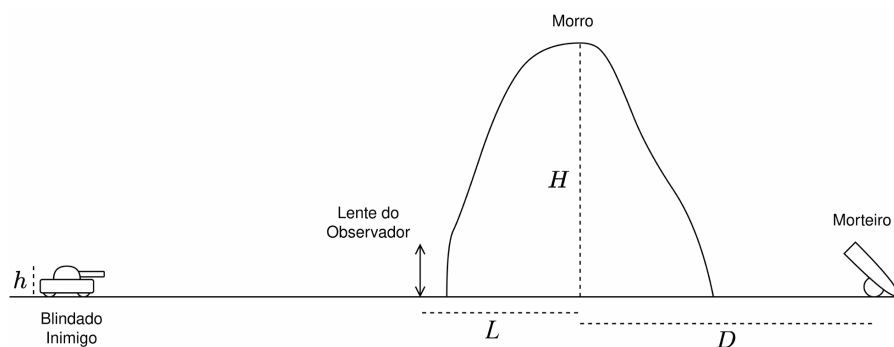
$$\begin{aligned}i_2 + 8A + 2i_2 &= 15,5A \\3i_2 &= 7,5A \\i_2 = i_3 &= \boxed{2,5A}\end{aligned}$$

Por fim, a corrente no resistor central é:

$$\begin{aligned}i_4 &= 8A + 2 \cdot 2,5A \\&= \boxed{13A}\end{aligned}$$

Os valores positivos confirmam os sentidos indicados na figura.

Questão 10



Um sistema automático de defesa contra um determinado tipo de blindado inimigo é instalado próximo a um morro, como mostra a figura. Nesse sistema, um observador comanda o disparo de um morteiro que se encontra escondido atrás desse mesmo morro, com base na imagem do blindado obtida através de uma lente convergente especial. O observador realiza duas medidas do tamanho da imagem do blindado em instantes diferentes e utiliza esses valores para calcular o instante de disparo do morteiro.

Dados:

- distância focal da lente do observador: $f = 50 \text{ m}$;
- altura do morro: $H = 320 \text{ m}$;
- altura do blindado inimigo: $h = 2,7 \text{ m}$;
- distância horizontal entre a lente e o topo do morro: $L = 110 \text{ m}$;
- velocidade de disparo do projétil: $v_0 = 100 \text{ m/s}$;
- intervalo de tempo entre as medidas dos tamanhos das imagens: $\Delta t = 25 \text{ s}$;
- tamanho da primeira medida da imagem invertida: $i_1 = 5,40 \text{ cm}$;
- tamanho da segunda medida da imagem invertida: $i_2 = 6,75 \text{ cm}$;
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Observações:

- o blindado e o morteiro estão na mesma horizontal;
- para efeito de cálculo do ponto de impacto do projétil, use o chão como referência.

Sabendo que o blindado se desloca com velocidade constante em direção à lente do observador e que o projétil atirado pelo morteiro atinge seu ponto máximo na trajetória exatamente no pico do morro, determine:

- a que distância horizontal D do pico do morro o morteiro deve ser posicionado;
- as distâncias entre o blindado e a lente nos momentos das duas medidas;
- a velocidade do blindado;
- o intervalo de tempo depois da segunda medida de imagem para que o disparo seja realizado e possa atingir o blindado.

Gabarito

A altura máxima e o alcance do projétil determinam a posição do morteiro. O aumento da lente fornece as duas distâncias do blindado e sua velocidade. A diferença entre o tempo até o encontro e o tempo de voo fixa o instante do disparo.

Etapa 1. (a) Determine o ângulo de lançamento.

A unidade de g aparece como m/s na prova. Para o cálculo da aceleração, adota-se $g = 10 \text{ m/s}^2$. Como o ápice da trajetória está à altura H do chão:

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \\
 \sin^2 \theta &= \frac{2gH}{v_0^2} \\
 &= \frac{2 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 320 \text{ m}}{(100 \text{ m/s})^2} \\
 &= 0,64 \\
 \sin \theta &= 0,8
 \end{aligned}$$

Assim, $\cos \theta = 0,6$, e o seno do ângulo duplo vale:

$$\begin{aligned}
 \sin(2\theta) &= 2 \sin \theta \cos \theta \\
 &= 2 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \\
 &= 0,96
 \end{aligned}$$

Etapla 2. (a) Calcule a distância D.

Como lançamento e impacto ocorrem na mesma horizontal, o alcance total é $2D$:

$$\begin{aligned}
 2D &= \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \\
 &= \frac{(100 \text{ m/s})^2 \cdot 0,96}{10 \text{ m/s}^2} \\
 &= 960 \text{ m} \\
 D &= \boxed{480 \text{ m}}
 \end{aligned}$$

Etapla 3. (b) Determine a distância na primeira medida.

Sejam p_j a distância do blindado à lente e p'_j a distância da imagem à lente. Como i_j é o tamanho positivo da imagem invertida, o aumento linear é $A_j = -i_j/h = -p'_j/p_j$.

Para a primeira medida, com $h = 270 \text{ cm}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{p'_1}{p_1} &= \frac{i_1}{h} \\
 &= \frac{5,40 \text{ cm}}{270 \text{ cm}} \\
 &= \frac{1}{50}
 \end{aligned}$$

Substituindo $p'_1 = p_1/50$ na equação de Gauss:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{f} &= \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \\
 \frac{1}{50 \text{ m}} &= \frac{1}{p_1} + \frac{50}{p_1} \\
 &= \frac{51}{p_1} \\
 p_1 &= \boxed{2550 \text{ m}}
 \end{aligned}$$

Etapla 4. (b) Determine a distância na segunda medida.

Para a segunda imagem, a razão entre os tamanhos fornece:

$$\begin{aligned}
 \frac{p'_2}{p_2} &= \frac{i_2}{h} \\
 &= \frac{6,75 \text{ cm}}{270 \text{ cm}} \\
 &= \frac{1}{40}
 \end{aligned}$$

Substituindo $p'_2 = p_2/40$ na equação de Gauss:



$$\begin{aligned}\frac{1}{50 \text{ m}} &= \frac{1}{p_2} + \frac{40}{p_2} \\ &= \frac{41}{p_2} \\ p_2 &= \boxed{2050 \text{ m}}\end{aligned}$$

Etapa 5. (c) Calcule a velocidade do blindado.

Como a velocidade é constante, seu módulo é a redução da distância à lente dividida pelo intervalo entre as medidas:

$$\begin{aligned}v &= \frac{p_1 - p_2}{\Delta t} \\ &= \frac{2550 \text{ m} - 2050 \text{ m}}{25 \text{ s}} \\ &= \boxed{20 \text{ m/s}}\end{aligned}$$

O movimento ocorre em direção à lente.

Etapa 6. (d) Calcule o tempo de voo e a posição do impacto.

O tempo de voo até o projétil retornar ao nível do chão é:

$$\begin{aligned}t_v &= \frac{2v_0 \sin \theta}{g} \\ &= \frac{2 \cdot 100 \text{ m/s} \cdot 0,8}{10 \text{ m/s}^2} \\ &= 16 \text{ s}\end{aligned}$$

O alcance de $2D$ coloca o impacto à distância D do pico, do lado do blindado. Como a lente está a L do pico, a distância entre a lente e o ponto de impacto é:

$$\begin{aligned}d' &= D - L \\ &= 480 \text{ m} - 110 \text{ m} \\ &= 370 \text{ m}\end{aligned}$$

Etapa 7. (d) Determine o intervalo até o disparo.

Após a segunda medida, o blindado precisa percorrer $p_2 - d'$ para chegar ao ponto de impacto:

$$\begin{aligned}\Delta S &= 2050 \text{ m} - 370 \text{ m} \\ &= 1680 \text{ m} \\ t_{\text{encontro}} &= \frac{\Delta S}{v} \\ &= \frac{1680 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} \\ &= 84 \text{ s}\end{aligned}$$

O disparo deve ocorrer um tempo de voo antes do encontro:

$$\begin{aligned}\Delta t_D &= t_{\text{encontro}} - t_v \\ &= 84 \text{ s} - 16 \text{ s} \\ &= \boxed{68 \text{ s}}\end{aligned}$$