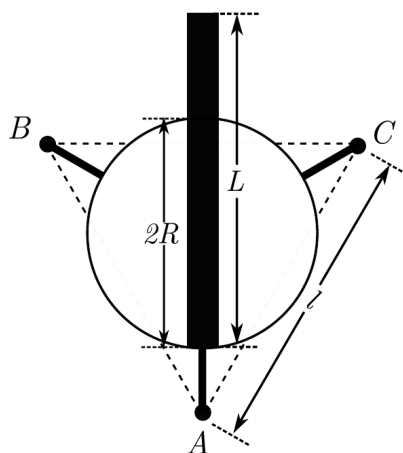


GABARITO FÍSICA

Questão 1

Considere um banco de três pernas, todas de mesmo comprimento, com um assento em formato de disco de raio R e massa m . Este banco está sobre uma superfície horizontal perfeitamente plana e os seus pés tocam o solo em três pontos que correspondem aos vértices de um triângulo equilátero de aresta l . O banco é construído de tal forma que o eixo de simetria do assento intercepta o centro geométrico do triângulo. Uma barra de massa M e comprimento $L > 2R$ é afixada sobre o banco, de modo que uma de suas extremidades permanece junto à borda do assento e a outra ultrapassa os seus limites. A barra passa pelo centro do assento e está orientada na mesma direção que uma das mediatrizes do triângulo equilátero. A figura mostra o banco, com a barra, em vista superior.



Considerando este sistema, responda aos seguintes itens:

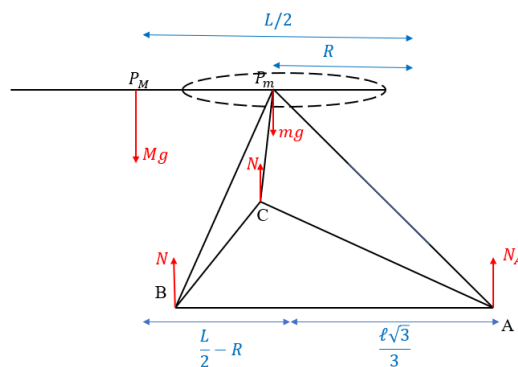
- supondo que o sistema está em condição de equilíbrio, determine a expressão da reação normal do piso sobre o pé do banco que está apoiado no ponto A;
- determine o intervalo de valores de L para os quais o banco permanece em equilíbrio, mantidos todos os outros parâmetros fixos.

Gabarito

A simetria torna iguais as reações normais nos pés B e C. O equilíbrio de torques em torno de A determina essas forças; o equilíbrio vertical fornece N_A e a condição para não haver tombamento.

Etapa 1. (a) Identifique as forças e os braços de alavanca.

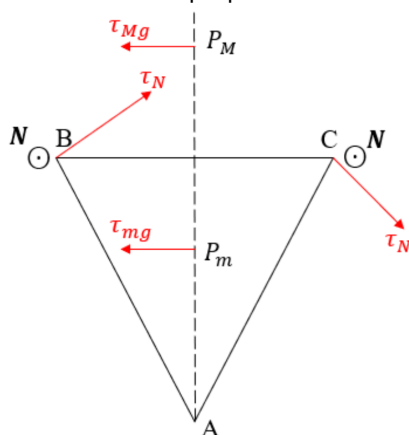
Seja N a reação normal em cada um dos pés B e C. Os pesos mg e Mg atuam nos centros do assento e da barra, respectivamente.



A distância do vértice A ao centro do triângulo é $d = l/\sqrt{3}$. O centro da barra está deslocado de $s = L/2 - R$ em relação ao centro do assento, no sentido de BC .

Etapla 2. (a) Aplique o equilíbrio de torques e de forças.

Na vista superior, as componentes dos torques das normais perpendiculares à mediatriz se cancelam.



O equilíbrio das demais componentes fornece

$$2Nl \cos 30^\circ = mgd + Mg(d + s)$$

$$N = \frac{(m + M)g}{3} + \frac{Mgs}{l\sqrt{3}}.$$

Pelo equilíbrio vertical, $2N + N_A = (m + M)g$. Substituindo N e s ,

$$N_A = (m + M)g - 2N$$

$$= \frac{(m + M)g}{3} - \frac{Mg(L - 2R)}{l\sqrt{3}}.$$

Etapla 3. (b) Determine o intervalo de equilíbrio.

Como $L > 2R$, as reações em B e C são positivas. O tombamento começa quando N_A se anula. A condição $N_A \geq 0$ implica

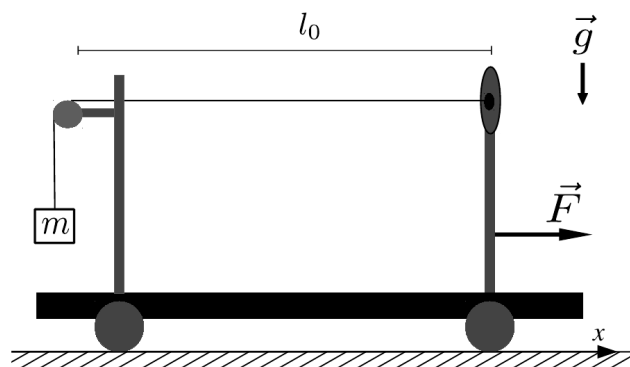
$$L - 2R \leq \frac{l}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{m}{M}\right).$$

Com a restrição estrita do enunciado, o intervalo é

$$2R < L \leq 2R + \frac{l}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{m}{M}\right).$$

Questão 2

Um professor desenvolveu um projeto para o estudo de ondas estacionárias em cordas. Para tal, utilizou um gerador de frequência f , um fio de náilon de densidade linear de massa μ , dois pedestais universais, uma roldana e um bloco de massa m . A distância da roldana até o gerador é l_0 . Toda a montagem foi acoplada sobre uma plataforma de madeira com rodas permitindo sua locomoção ao longo do eixo x , conforme mostra a figura. A massa total do sistema era M . Em repouso, o gerador de frequências foi ajustado para que a vibração na corda apresentasse uma única crista.



Uma vez que a frequência de ajuste no gerador seja dobrada com relação à frequência inicial, qual deve ser a força $\vec{F}$ aplicada sobre o sistema para que se visualize uma única crista novamente? Despreze o atrito.

Gabarito

Para manter uma única crista, o comprimento de onda permanece igual a $2l_0$. Dobrar a frequência exige dobrar a velocidade da onda, o que determina a nova tração e a aceleração da plataforma.

Etapa 1. Relacione a frequência inicial à tração.

Em repouso, a tração equilibra o peso do bloco: $T = mg$. No modo fundamental,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \\ &= 2l_0 f. \end{aligned}$$

Etapa 2. Determine a tração durante a aceleração.

No regime em que o bloco acompanha a plataforma com aceleração horizontal a , seja θ o ângulo do fio com a vertical. As componentes da tração satisfazem

$$\begin{aligned} T' \cos \theta &= mg \\ T' \sin \theta &= ma. \end{aligned}$$

Somando os quadrados dessas equações e usando $F = Ma$,

$$\begin{aligned} T'^2 &= m^2(g^2 + a^2) \\ T' &= m\sqrt{g^2 + \frac{F^2}{M^2}}. \end{aligned}$$

Etapa 3. Imponha a nova frequência e calcule a força.

A frequência dobrada, no mesmo modo de vibração, exige $v' = 2v$. Portanto,

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{T'}{\mu}} &= 2\sqrt{\frac{mg}{\mu}} \\ T' &= 4mg \\ \sqrt{g^2 + \frac{F^2}{M^2}} &= 4g \\ \frac{F^2}{M^2} &= 15g^2.\end{aligned}$$

No sentido indicado na figura,

$$\vec{F} = \sqrt{15} Mg \hat{i}.$$

Questão 3

Considere duas situações: (i) uma partícula A de massa m e carga q , sob influência de um campo elétrico constante $\vec{E} = E\hat{i}$ é colocada para oscilar pela ação de uma mola de rigidez k e comprimento livre l_0 , ao longo do eixo x ; (ii) uma segunda partícula, B , é conectada à A , pela mesma mola, na presença de $\vec{E}$. A partícula B é neutra e tem massa m .



Desconsiderando efeitos de radiação eletromagnética e de atrito, determine:

- o período de oscilação do sistema massa-mola na situação (i);
- a frequência angular ω de oscilação da massa A em relação ao centro de massa na situação (ii);
- a equação horária de cada partícula em (ii), sabendo que, inicialmente, a massa A está em repouso e passa pela origem do sistema de coordenadas, ao passo que a massa B também está em repouso e se encontra a uma distância l_0 de A .

Gabarito

O campo elétrico exerce uma força constante, que desloca a posição de equilíbrio do oscilador. Na situação (ii), o centro de massa acelera; o movimento relativo a ele continua harmônico.

Etapa 1. (a) Determine o período com uma extremidade fixa.

Se u é a deformação da mola na situação (i), a força resultante é $F_{\text{res}} = Eq - ku$. No equilíbrio,

$$\begin{aligned}ku_{\text{eq}} &= Eq \\ u_{\text{eq}} &= \frac{Eq}{k}.\end{aligned}$$

Definindo $\xi = u - u_{\text{eq}}$, a força passa a ser $F_{\text{res}} = -k\xi$. Logo, a frequência angular continua igual a $\sqrt{k/m}$, e

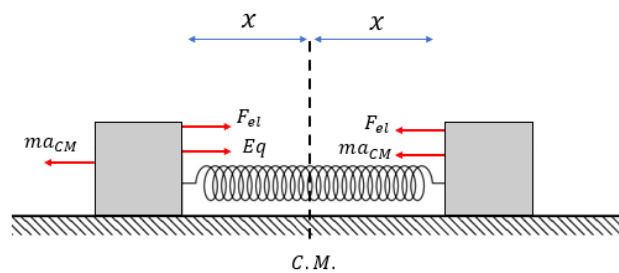
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Etapa 2. (b) Analise o movimento em relação ao centro de massa.

Na situação (ii), a única força externa horizontal é Eq . Portanto,

$$a_{\text{CM}} = \frac{Eq}{2m}.$$

No referencial do centro de massa, cada bloco recebe a força de inércia $-ma_{\text{CM}}$. Seja x a metade da separação entre os blocos.



Para o bloco B, tomando a direita como sentido positivo, a equação relativa ao centro de massa é

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -\frac{Eq}{2} - k(2x - l_0) \\ &= -2k(x - x_{eq}), \end{aligned}$$

em que

$$x_{eq} = \frac{l_0}{2} - \frac{Eq}{4k}.$$

A força é restauradora e tem constante efetiva $2k$. Assim,

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}.$$

Etapla 3. (c) Aplique as condições iniciais ao movimento relativo.

Inicialmente, $x(0) = l_0/2$ e $\dot{x}(0) = 0$. Escrevendo $x = x_{eq} + C \cos(\omega t + \phi_0)$, essas condições permitem escolher

$$\begin{aligned} \phi_0 &= 0 \\ C &= \frac{l_0}{2} - x_{eq} \\ &= \frac{Eq}{4k}. \end{aligned}$$

O coeficiente C é algébrico; a amplitude é $|Eq|/(4k)$. Portanto,

$$x(t) = \frac{l_0}{2} - \frac{Eq}{4k} [1 - \cos(\omega t)].$$

Etapla 4. (c) Retorne ao referencial do laboratório.

O centro de massa parte do repouso em $l_0/2$ e tem aceleração constante. Sua posição é

$$x_{CM}(t) = \frac{l_0}{2} + \frac{Eq}{4m} t^2.$$

Como $x_A = x_{CM} - x$ e $x_B = x_{CM} + x$, as equações horárias são

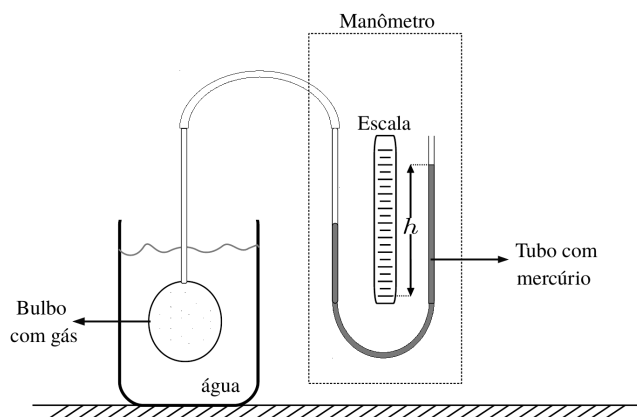
$$\begin{aligned} x_A(t) &= \frac{Eq}{4m} t^2 \\ &\quad + \frac{Eq}{4k} [1 - \cos(\omega t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_B(t) &= l_0 + \frac{Eq}{4m} t^2 \\ &\quad - \frac{Eq}{4k} [1 - \cos(\omega t)] \end{aligned}$$

com $\omega = \sqrt{2k/m}$. Elas satisfazem $x_A(0) = 0$, $x_B(0) = l_0$ e velocidades iniciais nulas.

Questão 4

Um grupo de estudantes estava trabalhando na concepção de termômetro a gás a volume constante, conforme a figura. Com intuito de calibrar o termômetro, os estudantes mediram a pressão do gás, P_0 , a 0°C . Em seguida, o bulbo de vidro do termômetro foi posto em contato com uma quantidade de água a 100°C , resultando em uma elevação h da coluna de mercúrio, constituindo assim uma escala de temperatura. Entretanto, notou-se que a altura h , atingida pelo mercúrio, não correspondia, de forma precisa, aos valores calculados inicialmente. Após muitas discussões os estudantes concluíram que a expansão térmica do bulbo foi a causa dessa discrepância.



Dado o exposto e assumindo que a densidade do mercúrio seja dada por ρ e a aceleração gravitacional por g , responda aos itens abaixo.

- Assumindo que o gás no interior do bulbo seja ideal, calcule o valor relativo à altura h desconsiderando o efeito de dilatação térmica do bulbo.
- Sabendo que V_0 é o volume do bulbo à 0°C e que α é o coeficiente de dilatação linear do vidro, calcule qual deve ser a diferença entre o valor medido de h e o valor calculado inicialmente se esta fosse a única causa da discrepância. Despreze as dimensões do orifício de contato entre o bulbo e o capilar.

Gabarito

A altura da coluna mede o aumento da pressão do gás. A equação de estado fornece esse aumento primeiro a volume constante e depois considerando a dilatação do bulbo.

Etapa 1. (a) Calcule a altura sem dilatação do bulbo.

Adotando $T_0 = 273\text{ K}$ e $T_f = 373\text{ K}$, a quantidade de gás e o volume permanecem constantes. Portanto,

$$\begin{aligned}\frac{P_f}{P_0} &= \frac{T_f}{T_0} \\ P_f - P_0 &= P_0 \left(\frac{373}{273} - 1 \right) \\ &= \frac{100P_0}{273}.\end{aligned}$$

Pela relação hidrostática $P_f - P_0 = \rho gh$,

$$h = \frac{100P_0}{273\rho g}.$$

Etapa 2. (b) Calcule a altura com dilatação do bulbo.

O coeficiente de dilatação volumétrica é aproximadamente 3α . Defina $\varepsilon = 3\alpha\Delta T$, com $\Delta T = 100\text{ K}$. Assim, $V_f = V_0(1 + \varepsilon)$. Dividindo as equações de estado final e inicial,



$$\frac{P'_f V_f}{P_0 V_0} = \frac{T_f}{T_0}$$

$$P'_f = \frac{P_0 T_f}{T_0(1 + \varepsilon)}.$$

A nova altura é dada por

$$h' = \frac{P'_f - P_0}{\rho g}$$

$$= \frac{P_0}{\rho g} \left[\frac{T_f}{T_0(1 + \varepsilon)} - 1 \right].$$

Etapa 3. (b) Determine a diferença entre a altura medida e a calculada.

Subtraindo o resultado do item (a),

$$\Delta h = h' - h$$

$$= \frac{P_0 T_f}{\rho g T_0} \left(\frac{1}{1 + \varepsilon} - 1 \right)$$

$$= -\frac{P_0 T_f}{\rho g T_0} \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}.$$

Substituindo $\varepsilon = 3\alpha\Delta T$, a diferença pedida é

$$\Delta h = -\frac{P_0 T_f}{\rho g T_0} \frac{3\alpha\Delta T}{1 + 3\alpha\Delta T}.$$

Com as temperaturas adotadas e α expresso em K^{-1} , a forma numérica equivalente é $\Delta h = -37300\alpha P_0/[91\rho g(1 + 300\alpha)]$. O sinal negativo indica que a dilatação reduz a altura medida.

Questão 5

Considere dois objetos idênticos inicialmente em equilíbrio térmico à temperatura T_1 . Um refrigerador realiza trabalho W e faz um dos objetos atingir a temperatura T_2 . Considere que os objetos não trocam calor com o meio externo e tudo acontece a pressão constante. Sendo C_p a capacidade térmica de cada objeto a pressão constante, qual o valor mínimo de W ?

Dado: A variação de entropia ΔS a pressão constante entre temperaturas T_i e T_f é $\Delta S = C_p \ln \frac{T_f}{T_i}$.

Gabarito

O balanço de energia relaciona o trabalho às temperaturas finais dos dois objetos. O menor trabalho corresponde ao limite reversível, em que a variação total de entropia é nula.

Etapa 1. Escreva o trabalho em função das temperaturas finais.

Seja T_3 a temperatura final do segundo objeto. Os calores recebidos, com seus sinais algébricos, são

$$Q_A = C_p(T_2 - T_1)$$

$$Q_B = C_p(T_3 - T_1).$$

Como o refrigerador transfere calor entre os objetos e recebe trabalho,

$$W = Q_A + Q_B$$

$$= C_p(T_2 + T_3 - 2T_1).$$

Etapa 2. Use a segunda lei para limitar T_3 .

As temperaturas devem ser absolutas. Como não há troca de calor com o meio externo, a variação total de entropia não pode ser negativa:

$$\begin{aligned}\Delta S &= C_p \ln \frac{T_2}{T_1} + C_p \ln \frac{T_3}{T_1} \\ &= C_p \ln \frac{T_2 T_3}{T_1^2} \geq 0.\end{aligned}$$

Portanto, $T_3 \geq T_1^2/T_2$. Como o trabalho cresce com T_3 , seu mínimo ocorre na igualdade, isto é, no processo reversível.

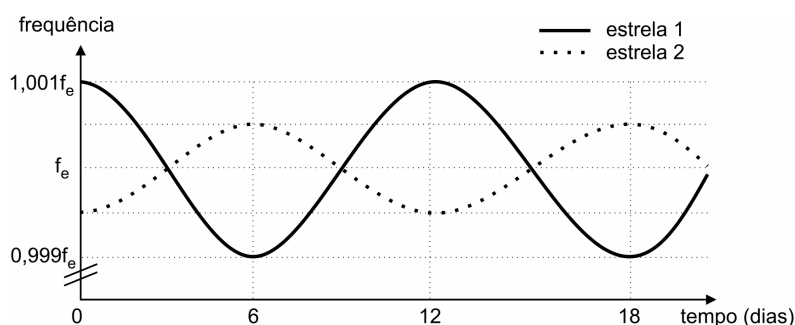
Etapa 3. Calcule o trabalho mínimo.

Substituindo a menor temperatura final permitida,

$$\begin{aligned}W_{\min} &= C_p \left(T_2 + \frac{T_1^2}{T_2} - 2T_1 \right) \\ &= C_p \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_2}.\end{aligned}$$

Questão 6

Um observatório analisa a frequência de uma emissão eletromagnética, de frequência natural f_e , proveniente de duas estrelas que formam um sistema binário com órbitas circulares. O gráfico obtido está representado na figura.



Com base nesse gráfico, estime:

- a distância que separa as duas estrelas em metros;
- a massa de cada uma das estrelas em quilogramas.

Gabarito

A variação de frequência fornece as velocidades pelo efeito Doppler, e o período fornece os raios orbitais. A resolução adota, como a Pensi, a linha de visada no plano orbital, para identificar a amplitude da velocidade radial com a velocidade de cada estrela.

Etapa 1. (a) Estime as velocidades das estrelas.

Nos instantes de aproximação e afastamento máximos, o efeito Doppler relativístico é

$$f_r = f_e \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Para $v \ll c$, a frequência máxima é aproximadamente $f_{r,\max} = f_e(1 + \beta)$. Lendo as amplitudes no gráfico e usando $c = 3,0 \times 10^8$ m/s,

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= 1,001 - 1 \\
 &= 0,001 \\
 v_1 &= \beta_1 c \\
 &= 3,0 \times 10^5 \text{ m/s} \\
 \beta_2 &= 1,0005 - 1 \\
 &= 5,0 \times 10^{-4} \\
 v_2 &= \beta_2 c \\
 &= 1,5 \times 10^5 \text{ m/s}.
 \end{aligned}$$

Etapla 2. (a) Determine os raios orbitais e a separação.

O período lido no gráfico é $T = 12$ dias, ou $1\,036\,800$ s. Como $\omega = 2\pi/T$,

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{v_1 T}{2\pi} \\
 &= \frac{3,0 \times 10^5 \text{ m/s} \cdot 1\,036\,800 \text{ s}}{2\pi} \\
 &\approx 4,95 \times 10^{10} \text{ m} \\
 R_2 &= \frac{R_1}{2} \approx 2,48 \times 10^{10} \text{ m}.
 \end{aligned}$$

A separação é a soma dos raios:

$$d = R_1 + R_2 \approx 7,43 \times 10^{10} \text{ m}.$$

Etapla 3. (b) Determine as massas pela força centrípeta.

Para a estrela 1, a atração gravitacional fornece a força centrípeta:

$$\begin{aligned}
 \frac{GM_1 M_2}{d^2} &= \frac{M_1 v_1^2}{R_1} \\
 M_2 &= \frac{v_1^2 d^2}{G R_1}.
 \end{aligned}$$

Usando $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$, obtém-se

$$\begin{aligned}
 M_2 &= \frac{v_1^2 d^2}{G R_1} \\
 &\approx 1,50 \times 10^{32} \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

Para a estrela 2, o mesmo procedimento dá

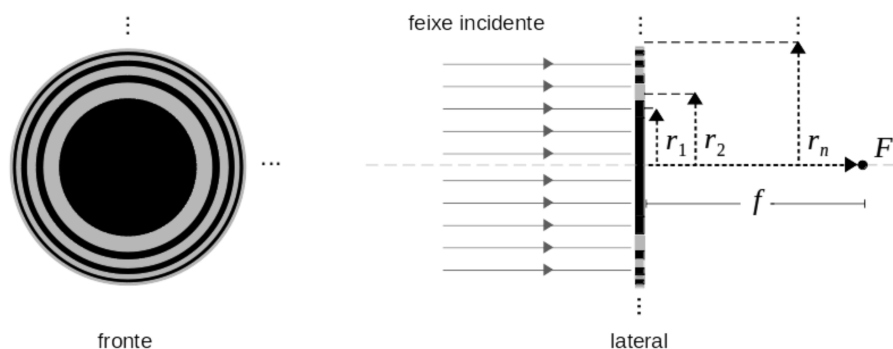
$$\begin{aligned}
 M_1 &= \frac{v_2^2 d^2}{G R_2} \\
 &\approx 0,75 \times 10^{32} \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

Sem a hipótese sobre a orientação orbital, o gráfico determina velocidades projetadas, e esses valores representam os mínimos da separação e das massas.

Questão 7

Deseja-se focalizar um feixe monocromático paralelo em torno de um ponto F . Devido ao baixo comprimento de onda λ e efeitos de absorção no material, não é possível utilizar uma lente convergente usual para focalizar essa radiação. Como alternativa, utiliza-se uma rede de difração constituída por um arranjo de anéis concêntricos em torno de um círculo absorvedor de raio r_1 . Os anéis concêntricos intercalam regiões com obstáculos absorvedores (preto) e sem obstáculos absorvedores (cinza), como indicado na figura.

Obtenha uma expressão para os raios $r_n (n > 1)$ dos anéis concêntricos, que podem ser absorvedores (n ímpar) ou sem obstáculos (n par), em função de λ , r_1 , da distância f do centro dos anéis ao ponto F e do índice inteiro n , de forma que o arranjo funcione como um focalizador.

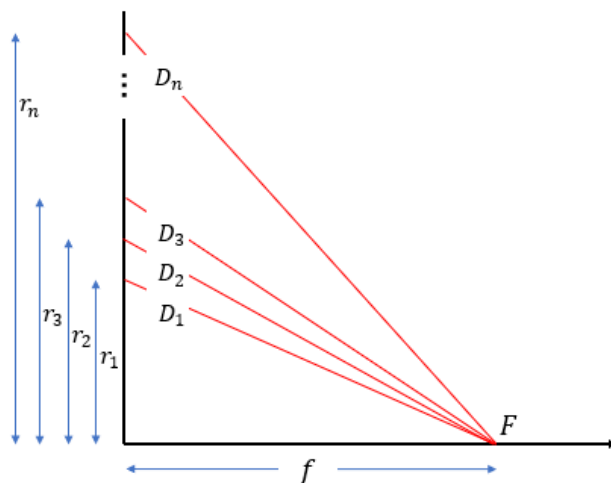


Gabarito

Os anéis delimitam zonas cujas contribuições alternam de fase no foco. Bloquear zonas alternadas favorece a interferência construtiva entre as zonas transmitidas. A diferença de percurso entre limites consecutivos será escolhida igual a meio comprimento de onda.

Etapla 1. Relacione as distâncias dos anéis ao foco.

Seja D_n a distância do limite de raio r_n ao ponto F .



Entre limites de mesma paridade, a diferença de percurso é λ ; entre limites consecutivos, é $\lambda/2$. Assim,

$$\begin{aligned} D_2 - D_1 &= \frac{\lambda}{2} \\ D_3 - D_2 &= \frac{\lambda}{2} \\ &\vdots \\ D_n - D_{n-1} &= \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Somando essas $n - 1$ relações,

$$D_n - D_1 = (n - 1) \frac{\lambda}{2}.$$



Etapla 2. Obtenha os raios pela geometria.

Pelo teorema de Pitágoras,

$$D_1 = \sqrt{r_1^2 + f^2}$$

$$D_n = \sqrt{r_n^2 + f^2}.$$

Substituindo as distâncias na condição de interferência,

$$\sqrt{r_n^2 + f^2} = \sqrt{r_1^2 + f^2} + (n-1)\frac{\lambda}{2}.$$

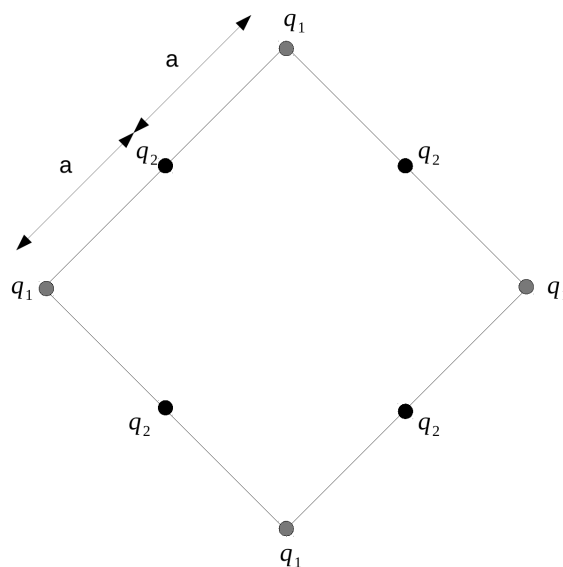
Elevando ao quadrado e isolando r_n , obtém-se

$$r_n = \sqrt{\left[\sqrt{r_1^2 + f^2} + \frac{(n-1)\lambda}{2} \right]^2 - f^2},$$

para $n > 1$. Essa escolha faz a fase avançar de π entre limites consecutivos.

Questão 8

Quatro cargas idênticas de valor q_1 estão dispostas nos vértices de um quadrado de lado $2a$ e quatro cargas q_2 estão posicionadas nos pontos médios das arestas, conforme mostra a figura.



Considerando que o sistema esteja no vácuo, faça o que se pede nos itens a seguir.

- Obtenha a energia potencial deste sistema de cargas em termos da permissividade elétrica no vácuo ϵ_0 , q_1 , q_2 e a .
- Sabendo que as cargas q_2 estão fixas, determine qual deve ser a razão q_1/q_2 para que o sistema permaneça em equilíbrio estático.

Gabarito

A energia potencial é a soma das interações entre todos os pares de cargas. Para o equilíbrio, basta anular a força em um vértice: a simetria garante a mesma condição nos demais.

Etapla 1. (a) Some as interações entre cargas q_1 .

Use $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$. Entre as quatro cargas dos vértices há quatro pares separados por $2a$ e dois por $2a\sqrt{2}$. Logo,

$$U_{11} = 4 \frac{kq_1^2}{2a} + 2 \frac{kq_1^2}{2a\sqrt{2}}$$

$$= \frac{kq_1^2}{a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right).$$

Etapa 2. (a) Some as interações entre cargas q_2 .

Entre as cargas dos pontos médios há quatro pares separados por $a\sqrt{2}$ e dois por $2a$. Portanto,

$$U_{22} = 4 \frac{kq_2^2}{a\sqrt{2}} + 2 \frac{kq_2^2}{2a}$$

$$= \frac{kq_2^2}{a} (2\sqrt{2} + 1).$$

Etapa 3. (a) Inclua os pares mistos e obtenha a energia total.

Há oito pares q_1, q_2 separados por a e oito por $a\sqrt{5}$. Assim,

$$U_{12} = 8 \frac{kq_1q_2}{a} + 8 \frac{kq_1q_2}{a\sqrt{5}}$$

$$= \frac{8kq_1q_2}{a} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right).$$

Os $6 + 6 + 16 = 28$ pares foram contados uma única vez. A energia total é

$$U = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$+ \frac{q_2^2}{4\pi\epsilon_0 a} (2\sqrt{2} + 1)$$

$$+ \frac{8q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right).$$

Etapa 4. (b) Projete as forças na diagonal do quadrado.

Considere uma carga q_1 e tome como positivo o sentido do centro para esse vértice. As componentes perpendiculares à diagonal se cancelam. As outras cargas q_1 produzem

$$F_{11} = \frac{kq_1^2}{a^2} \left(\frac{2 \cos 45^\circ}{4} + \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{kq_1^2}{a^2} \frac{2\sqrt{2} + 1}{8}.$$

Para as duas cargas q_2 mais distantes, a projeção usa $\cos \theta = 3/\sqrt{10}$. A contribuição algébrica das quatro cargas q_2 é

$$F_{12} = \frac{kq_1q_2}{a^2} \left(2 \cos 45^\circ + \frac{2 \cos \theta}{5} \right)$$

$$= \frac{kq_1q_2}{a^2} \left(\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{10}}{25} \right).$$

Etapa 5. (b) Imponha a força resultante nula.

Para cargas não nulas, a condição $F_{11} + F_{12} = 0$ fornece

$$\frac{q_1}{q_2} \frac{2\sqrt{2} + 1}{8} = - \left(\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{10}}{25} \right).$$

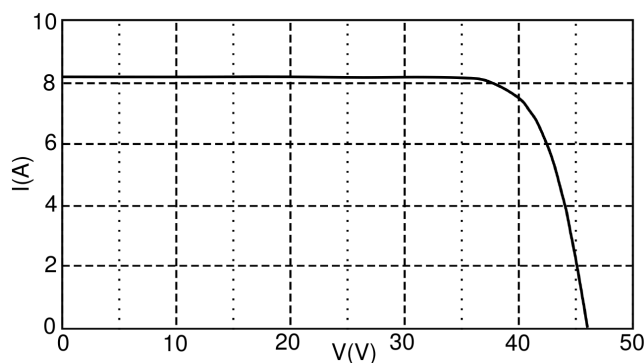
Logo,

$$\frac{q_1}{q_2} = - \frac{8(25\sqrt{2} + 3\sqrt{10})}{25(2\sqrt{2} + 1)}.$$

O sinal negativo mostra que as cargas dos vértices e dos pontos médios têm sinais opostos.

Questão 9

Um painel solar é um gerador elétrico capaz de converter energia luminosa em energia elétrica. Uma vez exposto à luz solar, processos físicos geram uma diferença de potencial elétrico capaz de gerar corrente elétrica. Uma curva característica $I - V$ de um dispositivo como esse é fornecida abaixo.



Faça o que se pede nos itens a seguir.

- Obtenha a força eletromotriz do painel solar.
- Determine a corrente elétrica gerada pela célula solar quando seus terminais são ligados por resistências de $2,5 \, \Omega$, $5 \, \Omega$ e $10 \, \Omega$, respectivamente. Descreva o procedimento usado para chegar à resposta.
- Faça um esboço do gráfico da potência elétrica P fornecida pela célula solar em função da tensão V entre os terminais do gerador. Indique os pontos de potência nula e se há algum ponto de operação de potência máxima.

Gabarito

A curva fornece a tensão de circuito aberto e os pontos de operação com cada resistor. O produto VI permite esboçar a potência e localizar seus zeros e seu máximo.

Etapa 1. (a) Leia a força eletromotriz.

Em circuito aberto, a corrente é nula. A interseção da curva com o eixo da tensão dá aproximadamente

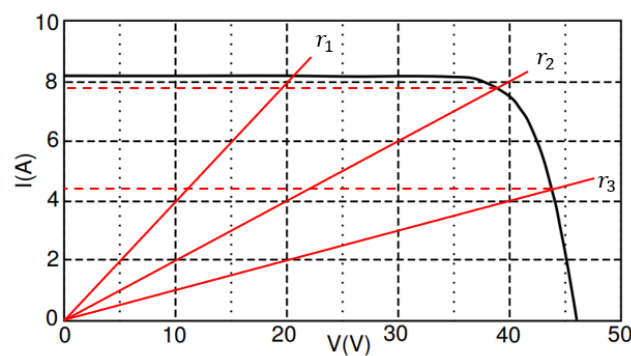
$$\mathcal{E} \approx 46 \, \text{V}.$$

Etapa 2. (b) Encontre as interseções com as retas dos resistores.

O resistor e o painel têm a mesma tensão e corrente no ponto de operação. Para cada resistência, traça-se a reta $I = V/R$ e encontra-se sua interseção com a curva do painel.

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V}{2,5 \, \Omega} \\ I_2 &= \frac{V}{5 \, \Omega} \\ I_3 &= \frac{V}{10 \, \Omega}. \end{aligned}$$

As três interseções estão indicadas no gráfico:



A leitura aproximada fornece, na ordem pedida,

$$\begin{aligned} I_1 &\approx 8,1 \text{ A} \\ I_2 &\approx 7,8 \text{ A} \\ I_3 &\approx 4,3 \text{ A.} \end{aligned}$$

Etapas 3. (c) Esboce a potência fornecida.

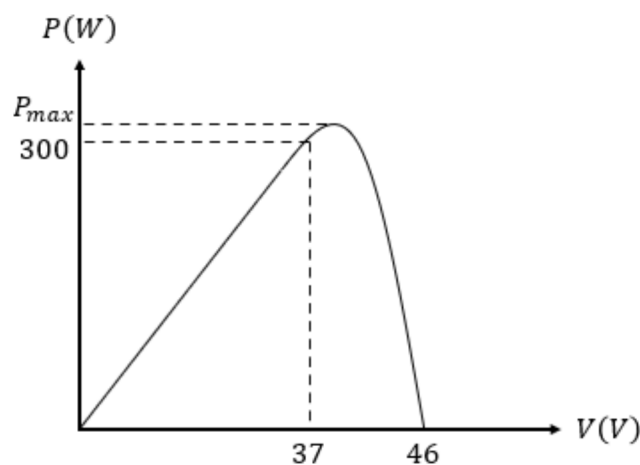
Como $P = VI$, a potência é nula no curto-circuito, quando $V = 0$, e no circuito aberto, quando $I = 0$. Assim,

$$P = 0 \quad \text{em} \quad V = 0 \text{ e } V \approx 46 \text{ V}.$$

Na região de corrente quase constante, a potência cresce aproximadamente de forma linear. Próximo à queda acentuada da corrente, há um máximo da ordem de 300 W. A estimativa usada no esboço é

$$\begin{aligned} P(37 \text{ V}) &\approx 37 \text{ V} \cdot 8,1 \text{ A} \\ &\approx 300 \text{ W.} \end{aligned}$$

Depois do máximo, a potência cai até zero:



$$P_{\max} \approx 300 \text{ W} \quad \text{próximo de } V = 37 \text{ V}.$$

Questão 10

Em um acelerador cíclotron uma partícula 1 carregada com carga q , massa m_0 e energia cinética K , submetida a um campo magnético $\vec{B} = -B\hat{z}$, percorre uma trajetória curvilínea de raio r_1 em um plano xy . No mesmo acelerador, uma partícula 2 carregada com carga $2q$, massa $2m_0$ e energia cinética $4K$, submetida ao mesmo campo magnético, percorre outra trajetória curvilínea de raio r_2 . Considerando efeitos relativísticos, estime a razão r_2/r_1 em termos das energia cinética K , massa m_0 e velocidade da luz c .

Dado: No referencial do acelerador, a expressão equivalente à resultante centrípeta no contexto da mecânica relativística é $p^2/(\gamma m_0 r)$, onde p é o momento relativístico, γ é o fator de Lorentz e r é o raio da trajetória circular.

Gabarito

A força magnética relaciona o raio da trajetória ao momento relativístico. A relação entre energia e momento permite então comparar as duas partículas.

Etapas 1. Relacione o raio ao momento relativístico.

Como a velocidade é perpendicular ao campo, o módulo da força magnética é $|q|vB$. Usando a expressão fornecida para a força centrípeta,

$$\frac{p^2}{\gamma m_0 r} = |q|vB$$

$$p = \gamma m_0 v.$$

Substituindo a segunda relação na primeira,

$$r = \frac{p}{|q|B}. \quad (\text{I})$$

Etapas 2. Escreva o momento em função da energia cinética.

A energia total é $K + m_0 c^2$. Pela relação relativística entre energia e momento,

$$(K + m_0 c^2)^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$p^2 c^2 = K^2 + 2K m_0 c^2$$

$$p = \frac{\sqrt{K^2 + 2K m_0 c^2}}{c}.$$

Substituindo em (I),

$$r = \frac{\sqrt{K^2 + 2K m_0 c^2}}{|q|cB}.$$

Etapas 3. Calcule a razão entre os raios.

A segunda partícula tem energia $4K$, massa de repouso $2m_0$ e carga $2q$. Portanto,

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(4K)^2 + 2(4K)(2m_0)c^2}{K^2 + 2K m_0 c^2}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{16K^2 + 16K m_0 c^2}{K^2 + 2K m_0 c^2}}$$

$$= \boxed{2 \sqrt{\frac{K^2 + K m_0 c^2}{K^2 + 2K m_0 c^2}}}.$$