

GABARITO FÍSICA

Questão 1

Quando necessário, use os seguintes valores para as constantes:

Aceleração local da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Constante de gravitação universal $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$.

Massa da Terra $M_{\text{Terra}} = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$.

Raio da Terra $R_{\text{Terra}} = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$.

Permissividade elétrica no vácuo $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

Energia de ionização do átomo de hidrogênio $I_H = 13,6 \text{ eV}$.

Massa do próton $m_p = 1,6 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938 \text{ MeV}/c^2$.

Carga elementar $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

O *quantum* de fluxo magnético Φ_0 pode ser definido como metade do fluxo magnético obtido a partir da combinação da constante de Planck h , da velocidade da luz c e da carga fundamental e . Considere um elétron se movendo em uma órbita circular de raio R , sob a ação de um campo magnético de modo que o fluxo magnético dentro de sua órbita é igual a Φ_0 . Faça o que se pede nos itens a seguir.

a) Obtenha a expressão para Φ_0 .

b) Sabendo que a velocidade do elétron é dada por βc ($\beta \ll 1$), calcule o raio R , em termos de h , c , β e m_e , a massa do elétron.

Gabarito

A análise dimensional determina a combinação de constantes que tem dimensão de fluxo magnético. A força magnética fornece, em seguida, o raio da órbita não relativística.

Etapla 1. (a) Determine a expressão do fluxo magnético.

Em termos das dimensões de massa M , comprimento L , tempo T e corrente elétrica I ,

$$[\Phi] = MI^{-1}L^2T^{-2},$$

$$[h] = ML^2T^{-1},$$

$$[c] = LT^{-1},$$

$$[e] = IT.$$

Escreva $\Phi_0 = Kh^a c^b e^d$, com K adimensional. Igualando os expoentes das dimensões, obtém-se

$$a = 1,$$

$$d = -1,$$

$$2a + b = 2,$$

$$-a - b + d = -2.$$

A solução é $a = 1$, $b = 0$ e $d = -1$. Assim, $\Phi_0 = Kh/e$. O fator $K = 1/2$ é informado no enunciado, de modo que

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e}.$$

Etapla 2. (b) Calcule o raio da órbita.

Para um campo uniforme perpendicular à órbita, o fluxo fornece

$$B\pi R^2 = \frac{h}{2e},$$

$$B = \frac{h}{2\pi e R^2}.$$

Como $\beta \ll 1$, pode-se usar o momento não relativístico $m_e\beta c$. A força magnética é a resultante centrípeta:

$$e\beta c B = \frac{m_e(\beta c)^2}{R},$$

$$B = \frac{m_e\beta c}{eR}.$$

Igualando as expressões do campo,

$$\frac{h}{2\pi e R^2} = \frac{m_e\beta c}{eR},$$

$$h = 2\pi m_e\beta c R,$$

$$R = \boxed{\frac{h}{2\pi m_e\beta c}}.$$

Questão 2

Considere uma barra homogênea de comprimento L e massa M , suspensa horizontalmente por uma corda vertical que tem um nó fixo no teto e outro numa das extremidade da barra ($x = 0$). Uma massa m está pendurada na outra extremidade ($x = L$), e uma distribuição de forças é aplicada ao longo da barra, de forma que o sistema se encontra em equilíbrio estático. Essa distribuição pode ser descrita por N forças, que obedecem à relação de recorrência $\vec{F}_n = \frac{\vec{F}_{n-1}}{2}$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$), aplicadas nos pontos $x_n = 2^{-n}L$. Calcule, em termos de M, m, g, L e N ,

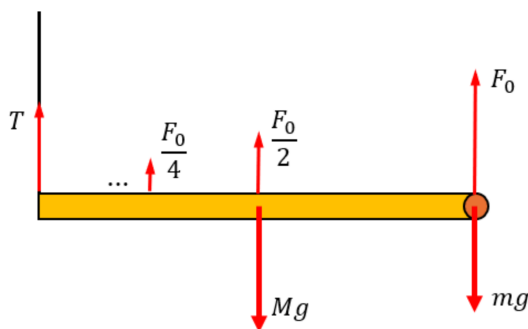
- a) a força F_0 ;
b) a força de tração da corda.

Gabarito

O equilíbrio de momentos determina F_0 , e o equilíbrio das forças verticais determina a tração. As forças aplicadas e seus braços formam progressões geométricas.

Etapla 1. Identifique as forças e suas posições.

Além dos pesos Mg e mg , atuam a tração T e as N forças da distribuição. Tomando F_0 como termo inicial, tem-se $F_n = F_0/2^n$, aplicado em $x_n = L/2^n$.



As forças da distribuição são paralelas entre si. Como a corda é vertical, o equilíbrio horizontal exige que elas sejam verticais; o equilíbrio de momentos exige o sentido para cima.

Etapla 2. (a) Calcule F_0 pelo equilíbrio de momentos.

Em torno de $x = 0$, a tração não produz momento. Os pesos devem equilibrar os momentos das forças distribuídas:

$$\begin{aligned} Mg \frac{L}{2} + mgL &= \sum_{n=0}^{N-1} F_n x_n \\ &= F_0 L \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{4^n} \\ &= F_0 L \frac{1 - 4^{-N}}{1 - 1/4}. \end{aligned}$$

Cancelando L e isolando F_0 ,

$$F_0 = \frac{3(M/2 + m)g}{4(1 - 4^{-N})}.$$

Etapa 3. (b) Calcule a tração da corda.

O equilíbrio vertical fornece

$$\begin{aligned} T + \sum_{n=0}^{N-1} F_n &= (M + m)g, \\ \sum_{n=0}^{N-1} F_n &= F_0 \frac{1 - 2^{-N}}{1 - 1/2} \\ &= 2F_0(1 - 2^{-N}). \end{aligned}$$

Substituindo F_0 e usando $1 - 4^{-N} = (1 - 2^{-N})(1 + 2^{-N})$, obtém-se

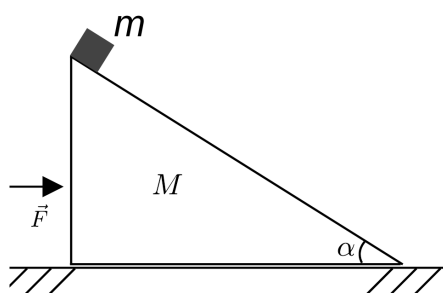
$$T = (M + m)g - \frac{3(M/2 + m)g}{2(1 + 2^{-N})}.$$

A hipótese de equilíbrio com a corda exige que a tração calculada seja não negativa.

Questão 3

Considere um objeto de massa m que se movimenta sobre uma cunha de massa M , inclinação α e coeficiente de atrito μ . A cunha se move horizontalmente para a direita, sob a ação de uma força $\vec{F}$ em uma superfície lisa. Considere que, inicialmente, o sistema se encontra em repouso, com esse objeto no topo da cunha. Sabe-se que o intervalo de tempo que ele leva para chegar ao solo com a cunha em movimento é o triplo do que levaria se a cunha estivesse fixa. Com base nessas informações, calcule, em função de m , M , α , μ e g , a magnitude

- da aceleração da cunha;
- da força normal que o plano inclinado faz no objeto;
- da força $\vec{F}$.



Gabarito

A relação entre os tempos de descida determina a aceleração do bloco em relação à cunha. As equações de movimento no referencial da cunha fornecem sua aceleração e a normal; depois, a equação horizontal da cunha fornece a força aplicada.

Etapa 1. Compare as acelerações relativas do bloco.

Com a cunha fixa, a normal é $N_1 = mg \cos \alpha$. Na direção da descida,

$$\begin{aligned} ma_1 &= mg \sin \alpha - \mu N_1, \\ a_1 &= g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \end{aligned}$$

O bloco percorre o mesmo comprimento ℓ da rampa nas duas situações, partindo do repouso. Como $t_2 = 3t_1$,

$$\begin{aligned} \ell &= \frac{a_1 t_1^2}{2} \\ &= \frac{a_2 (3t_1)^2}{2}, \\ a_2 &= \frac{a_1}{9} \\ &= \frac{g}{9}(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \end{aligned}$$

Etapa 2. (a) Calcule a aceleração da cunha.

Seja a_c a aceleração da cunha para a direita. No referencial da cunha, a força de inércia sobre o bloco tem módulo ma_c e aponta para a esquerda. Na direção perpendicular ao plano,

$$N = mg \cos \alpha + ma_c \sin \alpha.$$

Na direção da descida, a segunda lei de Newton fornece

$$\begin{aligned} ma_2 &= mg \sin \alpha - \mu N \\ &\quad - ma_c \cos \alpha, \\ a_2 &= g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \\ &\quad - a_c(\cos \alpha + \mu \sin \alpha). \end{aligned}$$

Substituindo $a_2 = a_1/9$ e isolando a_c ,

$$a_c = \frac{8g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{9(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}.$$

Etapa 3. (b) Calcule a força normal.

Substitua a aceleração da cunha na equação perpendicular ao plano:

$$\begin{aligned} N &= mg \cos \alpha + ma_c \sin \alpha \\ &= mg \cos \alpha \\ &\quad + \frac{8mg \sin \alpha}{9} \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}. \end{aligned}$$

Usando $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, a expressão se reduz a

$$N = \frac{mg}{9} \left(\cos \alpha + \frac{8}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \right).$$

Etapa 4. (c) Calcule a força aplicada à cunha.

As componentes horizontais das forças de contato sobre a cunha são $-N \sin \alpha$ e $\mu N \cos \alpha$. Portanto,

$$\begin{aligned} Ma_c &= F - N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha, \\ F &= Ma_c + N(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \end{aligned}$$

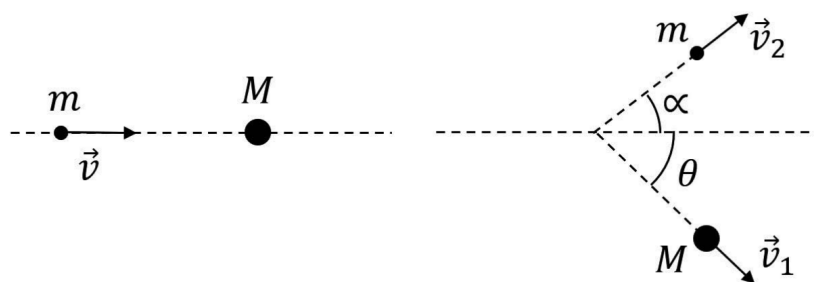
Substituindo os resultados anteriores e agrupando os termos, obtém-se

$$F = \frac{8g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)(M + m)}{9(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)} + \frac{mg}{9}(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cos \alpha.$$

Questão 4

Um objeto de massa m se movimenta em direção a outro objeto de massa M inicialmente em repouso. Após a colisão, a velocidade dos objetos forma, respectivamente, ângulos α e θ com a horizontal. Faça o que se pede nos itens a seguir.

- a) Determine as expressões para os módulos de $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ em função de α , θ e v .
- b) Denotando a variação relativa entre a energia cinética final e inicial do sistema por δ , determine a razão m/M em função de θ e δ , para $\alpha = 90^\circ$.
- c) Calcule o valor numérico da razão M/m , para $\theta = 30^\circ$, $\alpha = 90^\circ$ e perda relativa de 60% de energia cinética depois da colisão.



Gabarito

A conservação da quantidade de movimento nas duas direções determina as velocidades após a colisão. A variação da energia cinética relaciona essas velocidades à razão entre as massas.

Etapla 1. (a) Determine as velocidades após a colisão.

Nas direções horizontal e vertical, a conservação da quantidade de movimento fornece

$$\begin{aligned} mv &= Mv_1 \cos \theta + mv_2 \cos \alpha, \\ Mv_1 \sin \theta &= mv_2 \sin \alpha. \end{aligned}$$

Da segunda equação,

$$v_1 = \frac{m \sin \alpha}{M \sin \theta} v_2.$$

Substituindo na primeira e usando a fórmula do seno da soma,

$$\begin{aligned} v &= v_2 \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha \cos \theta}{\sin \theta} \right) \\ &= v_2 \frac{\sin(\alpha + \theta)}{\sin \theta}. \end{aligned}$$

Logo,

$$v_2 = v \frac{\sin \theta}{\sin(\alpha + \theta)}$$

e

$$v_1 = \frac{m}{M} v \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \theta)}.$$

A expressão de v_1 depende também de m/M .

Etapla 2. (b) Relacione a energia cinética à razão das massas.

Para $\alpha = 90^\circ$, as equações de quantidade de movimento dão

$$v_1 = \frac{mv}{M \cos \theta},$$

$$v_1 = \frac{mv_2}{M \sin \theta}.$$

As energias cinéticas inicial e final são

$$E_i = \frac{mv^2}{2},$$

$$E_f = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$= \frac{mv_2^2}{2} \left(1 + \frac{m}{M \sin^2 \theta} \right).$$

Pela definição de variação relativa,

$$\delta = \frac{E_f - E_i}{E_i},$$

$$\delta + 1 = \frac{v_2^2}{v^2} \left(1 + \frac{m}{M \sin^2 \theta} \right),$$

$$\frac{v_2}{v} = \sqrt{\frac{\delta + 1}{1 + \frac{m}{M \sin^2 \theta}}}.$$

Igualando as duas expressões de v_1 , encontra-se $v_2/v = \tan \theta$. Assim,

$$\tan^2 \theta = \frac{\delta + 1}{1 + \frac{m}{M \sin^2 \theta}},$$

$$\frac{m}{M} = (\delta + 1) \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \boxed{(\delta + 2) \cos^2 \theta - 1}.$$

Etapla 3. (c) Calcule a razão numérica entre as massas.

A perda relativa de 60% corresponde a $\delta = -0,6$. Para $\theta = 30^\circ$,

$$\frac{m}{M} = (-0,6 + 2) \frac{3}{4} - 1$$

$$= 1,05 - 1$$

$$= 0,05.$$

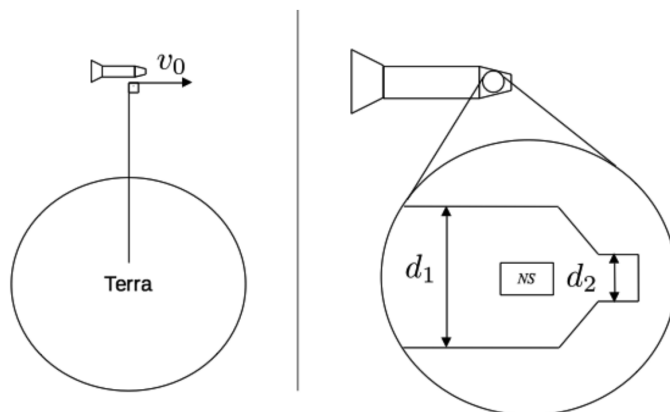
Invertendo a razão,

$$\boxed{\frac{M}{m} = 20}.$$

Questão 5

Considere um veículo lançador de nanossatélites (VLNS) de massa M_V a uma altitude h e com velocidade v_0 , perpendicular ao raio da Terra em relação a um referencial inercial centrado na Terra. Um nanossatélite (NS) de massa m encontra-se imerso em um fluido incompressível armazenado em um tubo localizado na extremidade do VLNS, conforme a figura. O tubo possui dois diâmetros distintos: um de valor d_1 e outro de valor $d_2 < d_1$. Durante a ejeção, o NS acompanha a velocidade do fluido, que vale v_1 em d_1 , em relação ao VLNS. Considere a massa e o raio da Terra como sendo, respectivamente, M_T e R_T , a constante da gravitação universal como G e a massa do fluido como desprezível. Determine

- a) a velocidade de ejeção do NS, com relação ao VLNS, em termos de v_0 , v_1 , d_1 e d_2 ;
 b) qual diâmetro d_2 permite que o NS entre em órbita circular.



Gabarito

A continuidade do escoamento determina a velocidade de ejeção em relação ao lançador. Para obter o diâmetro de saída, é necessário considerar também o recuo do lançador e a velocidade exigida pela órbita circular.

Etapa 1. (a) Determine a velocidade de ejeção.

No referencial do VLNS, a vazão do fluido incompressível é a mesma nas duas seções. Como $A = \pi d^2/4$,

$$v_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = v_{ej} \frac{\pi d_2^2}{4},$$

$$v_{ej} = v_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}.$$

Essa velocidade relativa independe de v_0 .

Etapa 2. (b) Calcule a velocidade orbital.

No referencial da Terra, a gravitação deve fornecer a força centrípeta na órbita de raio $R_T + h$:

$$\frac{GM_T m}{(R_T + h)^2} = \frac{mv_c^2}{R_T + h},$$

$$v_c = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}.$$

A ejeção ocorre no sentido do movimento do lançador. Se sua velocidade após a ejeção é v_V , então $v_c = v_V + v_{ej}$.

Etapa 3. (b) Considere o recuo do lançador.

Tome como instante inicial aquele em que o NS já se move na seção de diâmetro d_1 com velocidade relativa v_1 , enquanto o lançador tem velocidade v_0 . Desprezando o impulso gravitacional durante a ejeção, a conservação da quantidade de movimento dá

$$M_V v_0 + m(v_0 + v_1) = M_V v_V + m v_c.$$

Substituindo $v_v = v_c - v_{ej}$ e agrupando os termos,

$$\begin{aligned} M_v v_{ej} &= (M_v + m)(v_c - v_0) - m v_1, \\ v_{ej} &= \left(1 + \frac{m}{M_v}\right)(v_c - v_0) \\ &\quad - \frac{m}{M_v} v_1. \end{aligned}$$

Etapa 4. (b) Determine o diâmetro de saída.

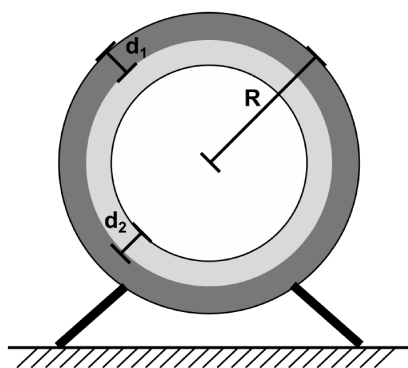
Usando o resultado do item (a), o diâmetro pedido é

$$d_2 = d_1 \sqrt{\frac{v_1}{v_{ej}}},$$

com v_{ej} dado pela expressão anterior e $v_c = \sqrt{GM_T/(R_T + h)}$. A solução deve satisfazer $d_2 < d_1$, o que exige $v_c > v_0 + v_1$ nessa interpretação do instante inicial.

Questão 6

Uma sonda tripulada foi projetada para resistir ao calor da atmosfera de mercúrio, que pode atingir uma temperatura $T_0 = 430^\circ\text{C}$. A sonda tem uma estrutura semelhante à de uma casca esférica composta por duas camadas, como mostra a figura. A camada externa, de espessura d_1 , é composta por um material rígido de condutividade térmica K_1 . A camada interna, de espessura d_2 , é composta por um material termorresistente e isolante térmico de condutividade térmica K_2 . O raio externo da estrutura é igual a R .



Considerando a situação descrita acima, faça o que se pede nos itens a seguir.

- a)** Expresse a condutividade térmica efetiva da sonda em função de R , K_1 , K_2 e d , em que $d = d_1 = d_2$ e $R \gg d$.
- b)** Estime a potência, em kW, que um refrigerador deve ter para manter a temperatura interna da sonda em $T_i = 23^\circ\text{C}$, assumindo que $R = 20\text{ m}$, $d_1 = d_2 = 30\text{ cm}$, $K_1 = 50\text{ W m}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$, $K_2 = 0,020\text{ W m}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$ e que a máquina refrigeradora tem um coeficiente de performance ideal.

Gabarito

As duas camadas conduzem o mesmo fluxo de calor e suas resistências térmicas se somam. A potência do refrigerador ideal é obtida dividindo o calor retirado por unidade de tempo pelo coeficiente de performance de Carnot.

Etapa 1. (a) Some as resistências térmicas das camadas.

Aproxime a área de cada camada pela área da esfera em seu raio médio:

$$\begin{aligned} A_1 &= 4\pi(R - d/2)^2, \\ A_2 &= 4\pi(R - 3d/2)^2. \end{aligned}$$

Pela lei de Fourier, as quedas de temperatura são

$$\begin{aligned}\Delta T_1 &= \frac{\phi d}{K_1 A_1}, \\ \Delta T_2 &= \frac{\phi d}{K_2 A_2}, \\ \Delta T &= \phi d \left(\frac{1}{K_1 A_1} + \frac{1}{K_2 A_2} \right).\end{aligned}$$

Para a casca equivalente, de espessura $2d$ e raio médio $R - d$,

$$\Delta T = \frac{2\phi d}{4\pi K_{\text{eq}}(R - d)^2}.$$

Etapa 2. (a) Aplique a aproximação de casca fina.

Defina $x = d/R \ll 1$. Igualando as expressões de ΔT e usando $(1 - u)^{-2} \approx 1 + 2u$,

$$\begin{aligned}\frac{2}{K_{\text{eq}}}(1 + 2x) &\approx \frac{1 + x}{K_1} + \frac{1 + 3x}{K_2}, \\ K_{\text{eq}} &\approx \frac{2K_1 K_2 (R + 2d)}{K_1(R + 3d) + K_2(R + d)}.\end{aligned}$$

No limite $R \gg d$, os termos em d/R podem ser desprezados:

$$K_{\text{eq}} \approx \frac{2K_1 K_2}{K_1 + K_2}.$$

Etapa 3. (b) Calcule a taxa de entrada de calor.

Em diferenças de temperatura, 1°C equivale a 1 K. A condutividade equivalente vale

$$\begin{aligned}K_{\text{eq}} &\approx \frac{2K_1 K_2}{K_1 + K_2} \\ &= \frac{2 \cdot 50 \cdot 0,020}{50 + 0,020} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \\ &\approx 0,040 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}.\end{aligned}$$

Com $\pi \approx 3,14$, a área externa é

$$\begin{aligned}A &= 4\pi R^2 \\ &\approx 4 \cdot 3,14 \cdot (20 \text{ m})^2 \\ &= 5024 \text{ m}^2.\end{aligned}$$

A diferença de temperatura é $\Delta T = 407 \text{ K}$, e a espessura total é $2d = 0,60 \text{ m}$. Logo,

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{K_{\text{eq}} A \Delta T}{2d} \\ &\approx \frac{0,040 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 5024 \text{ m}^2 \cdot 407 \text{ K}}{0,60 \text{ m}} \\ &\approx 136,3 \text{ kW}.\end{aligned}$$

Etapa 4. (b) Determine a potência do refrigerador ideal.

O refrigerador deve retirar do interior o calor que entra pela casca. Com $T_F \approx 296 \text{ K}$ e $T_Q - T_F = 407 \text{ K}$, seu coeficiente de performance é

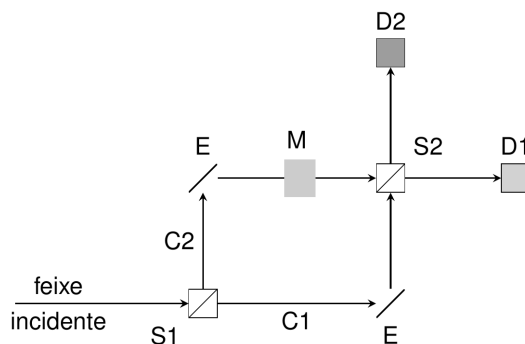
$$\begin{aligned}\text{COP} &= \frac{T_F}{T_Q - T_F} \\ &\approx \frac{296}{407}.\end{aligned}$$

Como $\text{COP} = \phi/P$, a potência necessária é

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\phi}{\text{COP}} \\
 &\approx 136,3 \text{ kW} \cdot \frac{407}{296} \\
 &\approx \boxed{187,4 \text{ kW}}.
 \end{aligned}$$

Questão 7

O interferômetro de Mach-Zehnder é um dispositivo óptico que, através do uso de espelhos semirrefletores, divide um feixe de luz em duas partes, uma refletida e uma transmitida, de igual intensidade. Essas duas partes percorrem dois caminhos distintos, C1 e C2, e depois são recombinadas, permitindo observar padrões de interferência. O interferômetro possui como componentes dois detectores, D1 e D2, dois espelhos semirrefletores, S1 e S2, e dois espelhos de reflexão total E, conforme ilustra a figura. A cada reflexão, ocorre um avanço de $1/4$ de comprimento de onda, $\lambda/4$. Por outro lado, a onda transmitida não sofre defasagem. Sabendo que o feixe incidente é uma onda senoidal de intensidade I_0 , faça o que se pede nos itens a seguir.



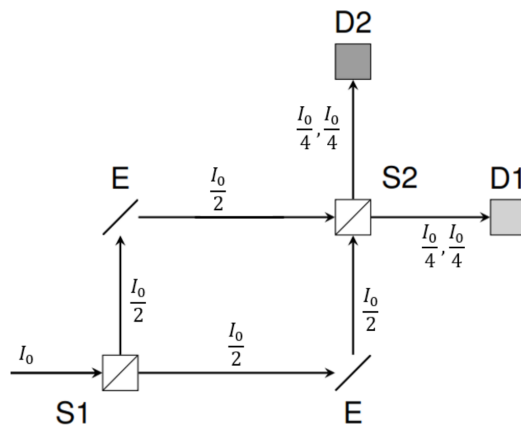
- a) Determine a intensidade medida por cada um dos detectores. Justifique.
- b) Considere agora que um material M, que causa um deslocamento de fase de ϕ na onda transmitida, seja inserido no caminho entre E e S2. Esboce os gráficos de intensidade versus deslocamento de fase ϕ , correspondentes à detecção de fótons em D1 e D2, para $\phi = [0, 2\pi]$.
- c) Se o feixe incidente fosse composto por apenas um fóton, discuta se ele iria percorrer um caminho específico até um dos detectores.

Gabarito

As intensidades nos detectores dependem da diferença de fase entre os dois caminhos. Primeiro, contam-se as reflexões; depois, inclui-se a fase adicional introduzida pelo material.

Etapas 1. (a) Determine a intensidade em D1.

Após as duas divisões do feixe, cada contribuição que chega a um detector tem intensidade $I = I_0/4$.



Em D1, os dois caminhos têm duas reflexões. Portanto, chegam em fase, e as amplitudes se somam: $A_{\text{res}} = 2A$. Como a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude,

$$\begin{aligned} I_{D1} &= 4I \\ &= 4 \cdot \frac{I_0}{4} \\ &= \boxed{I_0}. \end{aligned}$$

Etapla 2. (a) Determine a intensidade em D2.

Em D2, um caminho tem três reflexões e o outro tem uma. A diferença de fase é

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= (3 - 1)\frac{\pi}{2} \\ &= \pi. \end{aligned}$$

As contribuições têm amplitudes iguais e fases opostas. A interferência é destrutiva:

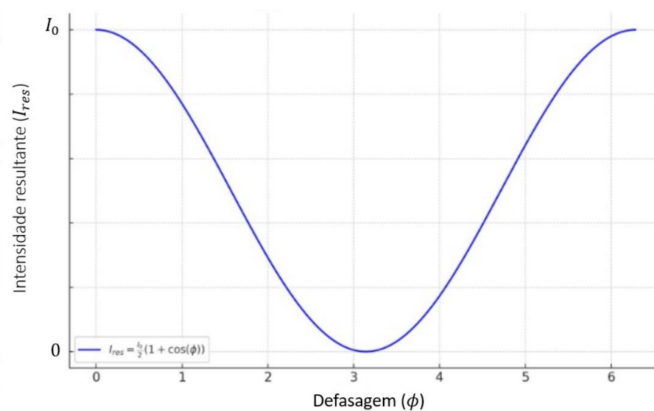
$$\boxed{I_{D2} = 0}.$$

Etapla 3. (b) Inclua a fase adicional em D1.

Para duas ondas de intensidades $I_0/4$ e diferença de fase ϕ , a intensidade resultante é

$$\begin{aligned} I_{D1} &= \frac{I_0}{4} + \frac{I_0}{4} + 2\frac{I_0}{4} \cos \phi \\ &= \boxed{\frac{I_0}{2}(1 + \cos \phi)}. \end{aligned}$$

O gráfico tem máximos I_0 em $\phi = 0$ e $\phi = 2\pi$ e mínimo nulo em $\phi = \pi$.



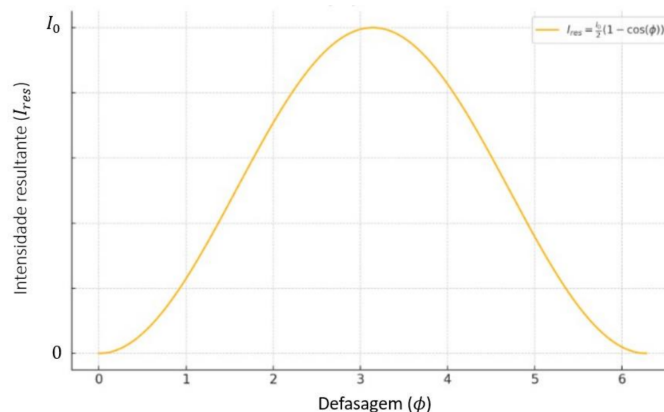
Etapla 4. (b) Inclua a fase adicional em D2.

A defasagem de D2 passa a ser $\phi + \pi$. Assim,

$$I_{D2} = \frac{I_0}{4} + \frac{I_0}{4} + 2\frac{I_0}{4} \cos(\phi + \pi)$$

$$= \frac{I_0}{2} (1 - \cos \phi).$$

O gráfico tem intensidade nula em $\phi = 0$ e $\phi = 2\pi$ e máximo I_0 em $\phi = \pi$.



Etapa 5. (c) Analise a passagem de um único fóton.

Sem medir o caminho, o estado do fóton após S1 é uma superposição das duas possibilidades. As amplitudes associadas aos caminhos se recombinam em S2 e interferem. Portanto, não se atribui ao fóton um caminho clássico específico nessa descrição do experimento.

As probabilidades de detecção reproduzem as intensidades relativas:

$$P(D1) = \frac{1 + \cos \phi}{2},$$

$$P(D2) = \frac{1 - \cos \phi}{2}.$$

Sem defasagem adicional, o fóton é detectado em D1. As probabilidades de 50% para os caminhos seriam obtidas numa medição que distinguisse C1 de C2; essa medição eliminaria a interferência.

Questão 8

N partículas ($N > 2$) de massa m e carga de módulo q descrevem movimentos circulares uniformes de raio R com a mesma velocidade angular. As partículas interagem gravitacional e eletricamente. Sabendo que todas as partículas descrevem a mesma trajetória e que apenas duas delas possuem cargas positivas, faça o que se pede nos itens a seguir.

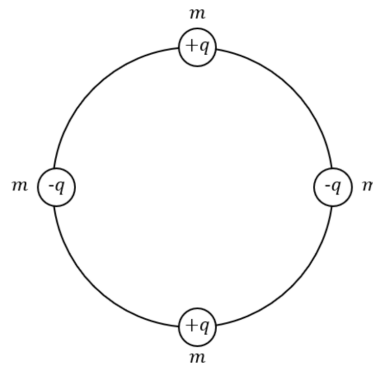
- Determine uma configuração para a qual a situação descrita seja fisicamente possível.
- Calcule o módulo da força resultante em cada partícula na configuração determinada.
- Calcule a velocidade angular de cada partícula na configuração determinada.

Gabarito

Uma configuração quadrada com sinais alternados cancela as forças tangenciais por simetria. A soma das componentes radiais determina a força centrípeta e a velocidade angular comum.

Etapa 1. (a) Escolha uma configuração possível.

Considere $N = 4$, com as cargas positivas em vértices opostos e as negativas nos outros dois vértices de um quadrado inscrito na circunferência.

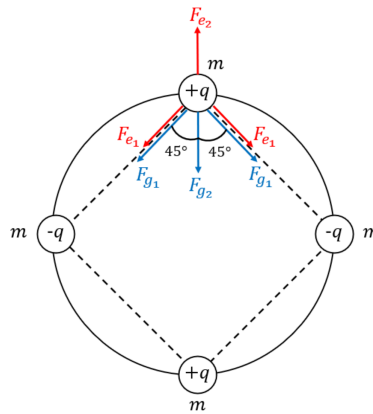


Para cada partícula, as forças exercidas pelas duas vizinhas têm componentes tangenciais opostas. A força da partícula diametralmente oposta é radial. A resultante é, portanto, radial e tem o mesmo módulo para as quatro partículas. A soma calculada no item seguinte é dirigida ao centro, o que permite a rotação uniforme da configuração:

$$N = 4, \quad \text{quadrado com sinais alternados}.$$

Etapla 2. (b) Some as forças radiais.

As partículas vizinhas têm sinais opostos e estão à distância $R\sqrt{2}$. As partículas diametralmente opostas têm o mesmo sinal e estão à distância $2R$.



Na figura, o índice 1 indica as interações entre vizinhas, e o índice 2, a interação entre partículas diametralmente opostas. Com $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, os módulos são

$$F_{e1} = \frac{kq^2}{2R^2}, \quad F_{g1} = \frac{Gm^2}{2R^2},$$

$$F_{e2} = \frac{kq^2}{4R^2}, \quad F_{g2} = \frac{Gm^2}{4R^2}.$$

A força elétrica entre partículas opostas aponta para fora, enquanto as demais contribuições radiais apontam para o centro. Logo,

$$F_{\text{res}} = F_{g2} - F_{e2}$$

$$+ 2(F_{e1} + F_{g1}) \cos 45^\circ$$

$$= \frac{Gm^2 - kq^2}{4R^2}$$

$$+ \frac{\sqrt{2}(kq^2 + Gm^2)}{2R^2}.$$

Agrupando as contribuições gravitacional e elétrica,

$$F_{\text{res}} = \frac{Gm^2}{4R^2}(2\sqrt{2} + 1)$$

$$+ \frac{kq^2}{4R^2}(2\sqrt{2} - 1).$$

Ambos os termos são positivos, confirmando o sentido centrípeto.

Etapla 3. (c) Calcule a velocidade angular.

Como $F_{\text{res}} = m\omega^2 R$, resulta

$$\begin{aligned}\omega^2 &= \frac{F_{\text{res}}}{mR} \\ &= \frac{Gm}{4R^3}(2\sqrt{2} + 1) \\ &\quad + \frac{kq^2}{4mR^3}(2\sqrt{2} - 1).\end{aligned}$$

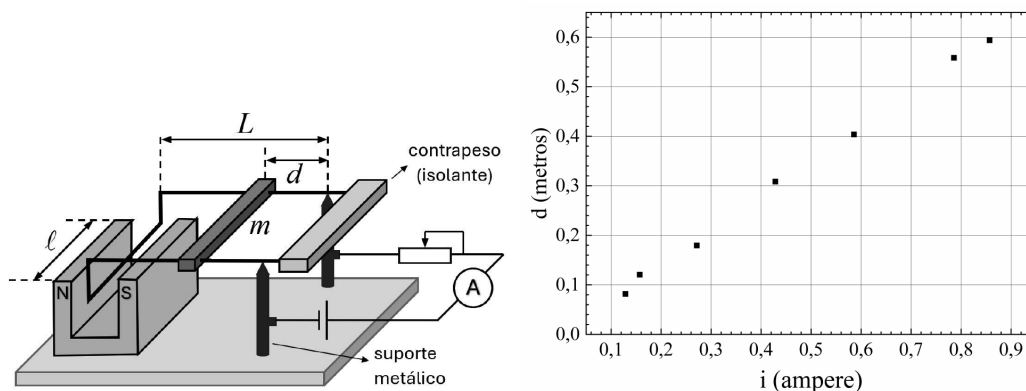
Portanto,

$$\omega = \sqrt{\frac{F_{\text{res}}}{mR}},$$

com F_{res} dado pela soma das duas contribuições obtidas no item (b).

Questão 9

Uma balança de corrente montada sobre uma base isolante horizontal é composta por um ímã, um circuito elétrico, uma massa móvel m e um contrapeso, ambos isolantes. O circuito é constituído de um arranjo metálico móvel, apoiado sobre suportes metálicos, ligados a uma diferença de potencial (d.d.p.), um amperímetro e um potenciômetro. Uma extremidade do arranjo, com comprimento $\ell = 10$ cm e situada a uma distância $L = 1,0$ m dos pontos de apoio, localiza-se entre os polos do ímã, sob a influência de seu campo magnético. Considere que o campo magnético, no interior do ímã, é uniforme, está na direção horizontal e é desprezível fora do ímã. A outra extremidade possui um contrapeso que equilibra o arranjo metálico. Uma massa móvel m , isolante, está posicionada a uma distância d dos pontos de apoio no arranjo metálico, conforme ilustrado na figura. Durante o experimento, a distância d do objeto é variada, então mede-se a corrente i necessária para equilibrar a balança quando $m = 10$ mg. Os resultados das medições são apresentados em um gráfico. A partir desses dados, estime o valor do campo magnético do ímã.



Gabarito

O equilíbrio de torques relaciona a posição da massa à corrente elétrica. O campo magnético é obtido pelo coeficiente angular do gráfico, que não depende dos torques constantes da balança.

Etapa 1. Relacione a corrente ao torque magnético.

O trecho de comprimento ℓ é perpendicular ao campo magnético. Pela orientação do campo e da corrente, a força magnética aponta para cima e tem módulo $F_{\text{mag}} = Bi\ell$.

Seja τ_0 a contribuição constante dos torques do contrapeso e do próprio arranjo. O equilíbrio em torno dos suportes fornece

$$\begin{aligned}Bi\ell L + \tau_0 &= mgd, \\ d &= \frac{B\ell L}{mg}i + \frac{\tau_0}{mg}.\end{aligned}$$

Assim, o coeficiente angular do gráfico $d \times i$ é $B\ell L/(mg)$.

Etapa 2. Estime o coeficiente angular.

Usando os pontos aproximados (0,58 A; 0,40 m) e (0,78 A; 0,56 m) do gráfico,

$$\begin{aligned}\frac{\Delta d}{\Delta i} &\approx \frac{0,56 \text{ m} - 0,40 \text{ m}}{0,78 \text{ A} - 0,58 \text{ A}} \\ &= \frac{0,16 \text{ m}}{0,20 \text{ A}} \\ &= 0,8 \text{ m/A}.\end{aligned}$$

Etapa 3. Calcule o campo magnético.

Com $m = 1,0 \times 10^{-5} \text{ kg}$, $\ell = 0,10 \text{ m}$, $L = 1,0 \text{ m}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$,

$$\begin{aligned}B &= \frac{mg}{\ell L} \frac{\Delta d}{\Delta i} \\ &\approx \frac{1,0 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{0,10 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m}} \cdot 0,8 \text{ m/A} \\ &= 8,0 \times 10^{-4} \text{ T} \\ &= \boxed{0,8 \text{ mT}}.\end{aligned}$$

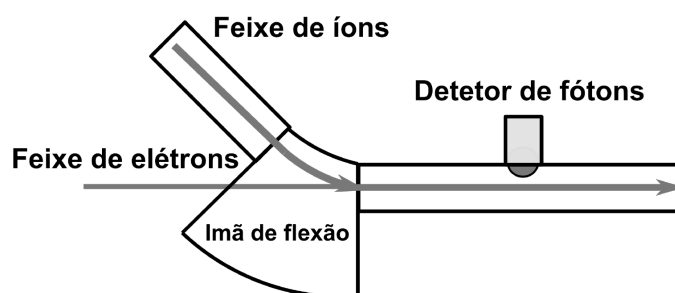
A leitura aproximada dos pontos experimentais admite pequenas variações nessa estimativa.

Questão 10

Em uma câmara de alto vácuo, um feixe monoenergético de elétrons é misturado a um feixe colimado e monoenergético de íons totalmente ionizados, conforme mostra a figura. As velocidades dos elétrons e dos íons são iguais. A abertura de um detector de fótons é apontada perpendicularmente à direção dos feixes misturados. Foram feitos três experimentos a baixas energias: o primeiro com um feixe de prótons, o segundo com um feixe de hélio totalmente ionizado e o terceiro com um feixe de oxigênio totalmente ionizado. Em um quarto experimento, usando um feixe de prótons relativísticos, o detector de fótons é apontado paralelamente à direção dos feixes misturados.

Considerando essa situação experimental, determine

- a) as energias máximas dos fótons em eV detectadas no primeiro, segundo e terceiro experimentos;
- b) um valor aproximado para o desvio percentual da máxima energia do fóton no quarto experimento com relação à máxima energia do fóton do primeiro experimento, considerando que a energia cinética dos íons, no referencial do laboratório, era de 234,5 MeV no quarto experimento.



Gabarito

A captura do elétron pelo núcleo em seu estado fundamental produz o fóton de maior energia. Nos três primeiros experimentos, usa-se a energia de ligação hidrogenoide; no quarto, inclui-se o efeito Doppler relativístico.

Etapa 1. (a) Calcule as energias máximas de captura.

Como os feixes têm a mesma velocidade, a energia cinética relativa entre elétrons e íons é desprezível. Tomando como zero a energia do elétron livre, o estado fundamental tem energia $E_1 = -Z^2 I_H$. O fóton emitido na captura direta para esse estado tem energia

$$E_{\max} = 0 - E_1 \\ = Z^2 I_H.$$

Para prótons, $Z = 1$:

$$E_{\max,1} = 1^2 \cdot 13,6 \text{ eV} \\ = \boxed{13,6 \text{ eV}}.$$

Para hélio totalmente ionizado, $Z = 2$:

$$E_{\max,2} = 2^2 \cdot 13,6 \text{ eV} \\ = \boxed{54,4 \text{ eV}}.$$

Para oxigênio totalmente ionizado, $Z = 8$:

$$E_{\max,3} = 8^2 \cdot 13,6 \text{ eV} \\ = \boxed{870,4 \text{ eV}}.$$

Etapla 2. (b) Determine a velocidade relativística do feixe.

A energia total é a soma da energia de repouso com a energia cinética K . Usando o valor fornecido $m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$,

$$\gamma = 1 + \frac{K}{m_p c^2} \\ = 1 + \frac{234,5 \text{ MeV}}{938 \text{ MeV}} \\ = 1,25.$$

De $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$,

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \\ = \sqrt{1 - \frac{1}{(1,25)^2}} \\ = 0,6.$$

Etapla 3. (b) Aplique o efeito Doppler e calcule o desvio.

Considere o detector recebendo os fótons emitidos para a frente, no sentido do movimento do feixe. Essa orientação fornece a maior energia. Se f_0 é a frequência no referencial dos átomos emissores,

$$\frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \\ = \sqrt{\frac{1 + 0,6}{1 - 0,6}} \\ = 2.$$

Como $E = hf$, a energia máxima detectada também dobra. Portanto,

$$\text{desvio} = \frac{E_{\max,4} - E_{\max,1}}{E_{\max,1}} \cdot 100\% \\ = (2 - 1) \cdot 100\% \\ = \boxed{100\%}.$$