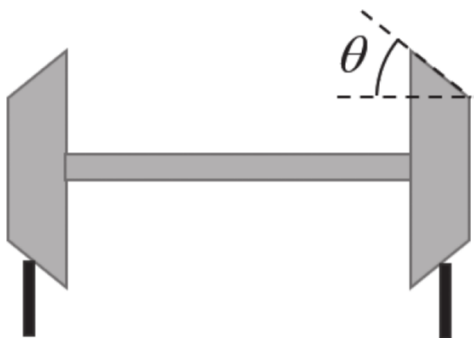


GABARITO FÍSICA

Questão 1

Um trem de massa M desloca-se a uma velocidade constante v sobre trilhos horizontais. Para garantir a aderência em curvas, as rodas do trem possuem formato de tronco de cone regular com ângulo θ com a horizontal, conforme se observa na figura. Considerando que o raio de curvatura é muito maior que as dimensões do trem e que o eixo das rodas permanece na horizontal, calcule o raio de curvatura mínimo para que nenhuma das rodas perca o contato com o trilho nas seguintes situações:

- quando o coeficiente de atrito estático entre as rodas e o trilho é μ ;
- quando o atrito é desprezível;
- quando o coeficiente de atrito estático é μ e as rodas são cilíndricas.

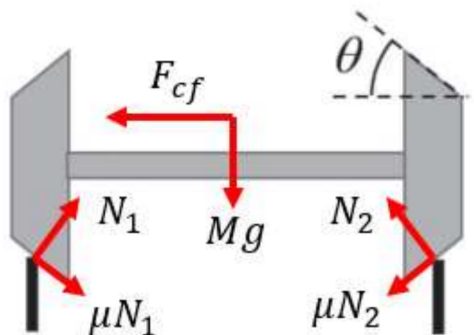


Gabarito

No referencial que acompanha a curva, a força centrífuga permite tratar o limite de perda de contato como um equilíbrio. Nesse limite, a normal em uma das rodas se anula e o atrito na outra atinge seu valor máximo.

Etapa 1. (a) Escreva o equilíbrio no limite de contato.

No diagrama, a perda de contato ocorre quando $N_2 = 0$. A força centrífuga tem módulo Mv^2/R .



Na direção horizontal, o equilíbrio fornece

$$N_1(\mu \cos \theta + \sin \theta) = \frac{Mv^2}{R}. \quad (I)$$

Na direção vertical, a componente da normal equilibra o peso e a componente vertical do atrito:

$$N_1 \cos \theta = Mg + \mu N_1 \sin \theta,$$

$$N_1 = \frac{Mg}{\cos \theta - \mu \sin \theta}.$$

Etapa 2. (a) Determine o raio mínimo.

Substituindo a normal em (I), obtém-se

$$\begin{aligned} R_{\min} &= \frac{Mv^2}{N_1(\mu \cos \theta + \sin \theta)} \\ &= \frac{v^2 \cos \theta - \mu \sin \theta}{g \mu \cos \theta + \sin \theta} \\ &= \boxed{\frac{v^2}{g} \frac{1 - \mu \tan \theta}{\mu + \tan \theta}}. \end{aligned}$$

Etapa 3. (b) Considere o atrito desprezível.

Com $\mu = 0$, o resultado anterior se reduz a

$$R_{\min} = \boxed{\frac{v^2}{g \tan \theta}}.$$

Etapa 4. (c) Considere rodas cilíndricas.

Para rodas cilíndricas, $\theta = 0$. Logo,

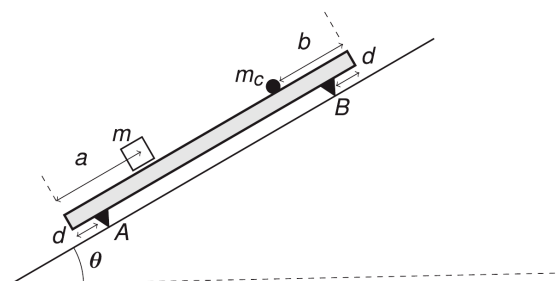
$$R_{\min} = \boxed{\frac{v^2}{\mu g}}.$$

Questão 2

Uma barra rígida, homogênea e uniforme, de massa M e comprimento L , possui dois apoios fixos, A e B , que estão em contato com um plano inclinado que forma um ângulo θ com a horizontal. Os pontos de contato com o plano inclinado estão localizados a uma distância d de cada extremidade da barra, conforme ilustrado na figura. Um objeto de massa m está preso à barra a uma distância a da extremidade inferior. Para manter o equilíbrio, um contrapeso de massa m_c é acoplado a uma distância b da extremidade superior da barra. Admita que os apoios sofrem forças de atrito estático.

Considerando que a barra permanece em repouso, faça o que se pede nos itens a seguir, expressando as respostas em termos dos parâmetros dados ($M, m, m_c, L, d, a, b, g, \theta$).

- Determine o valor das forças normais exercidas sobre os apoios A e B .
- Calcule a força de atrito em cada apoio, que impeça o deslizamento da barra ao longo do plano.

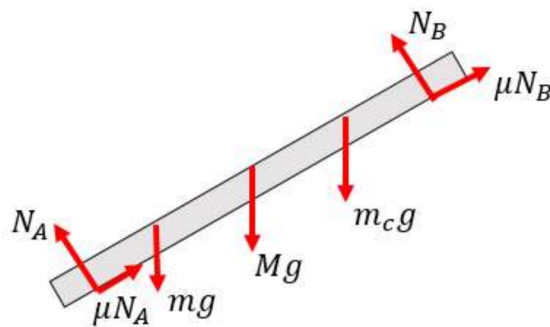


Gabarito

O equilíbrio de forças e momentos determina as normais. Para o atrito, o equilíbrio determina apenas a soma das forças; a divisão adotada pela Pensi exige uma hipótese adicional.

Etapa 1. (a) Determine as forças normais.

O diagrama da Pensi indica os pesos e as reações dos apoios. As marcações μN_A e μN_B para o atrito serão discutidas no item (b).



Na direção perpendicular ao plano,

$$N_A + N_B = (M + m + m_c)g \cos \theta. \quad (I)$$

Para abreviar os momentos dos pesos em torno de A, defina

$$K_B = m(a - d) + M\left(\frac{L}{2} - d\right) + m_c(L - b - d).$$

O equilíbrio de momentos em torno de A fornece

$$N_B(L - 2d) = g \cos \theta K_B,$$

$$N_B = \frac{g \cos \theta}{L - 2d} K_B.$$

Substituindo em (I), obtém-se a outra normal. Com

$$K_A = m(L - a - d) + M\left(\frac{L}{2} - d\right) + m_c(b - d),$$

o resultado é

$$N_A = \frac{g \cos \theta}{L - 2d} K_A.$$

Etapa 2. (b) Determine o que o equilíbrio fixa sobre o atrito.

Tomando o sentido de subida do plano como positivo, o equilíbrio tangencial exige

$$f_A + f_B = (M + m + m_c)g \sin \theta.$$

Essa única relação não determina as duas forças separadamente. No atrito estático, $|f_i| \leq \mu_i N_i$; a igualdade não decorre apenas do repouso.

Etapa 3. (b) Explícite a hipótese usada no gabarito da Pensi.

A Pensi adota $f_A = \mu N_A$ e $f_B = \mu N_B$, com o mesmo coeficiente e ambos os apoios no limite de deslizamento. Sob essa hipótese,

$$\mu(N_A + N_B) = (M + m + m_c)g \sin \theta,$$

$$\mu = \tan \theta.$$

As forças particulares apresentadas no gabarito são, então,

$$f_A = \frac{g \sin \theta}{L - 2d} K_A,$$

$$f_B = \frac{g \sin \theta}{L - 2d} K_B.$$

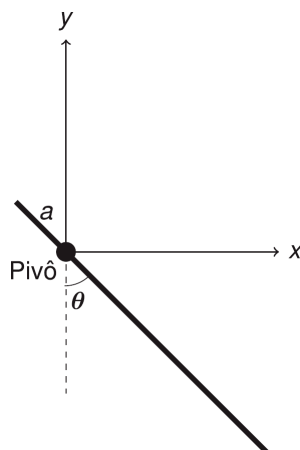
Elas satisfazem o equilíbrio, mas sua determinação individual depende dessa hipótese, ausente do enunciado.

Questão 3

Uma haste fina e homogênea de comprimento total L e massa M está presa a um pivô fixo, localizado a uma distância a de uma das extremidades, conforme a figura. A haste pode girar livremente em um plano vertical sob a ação da gravidade. Em determinado instante, ela gira com velocidade angular ω em torno do pivô, formando um ângulo θ com a vertical.

Dadas as considerações, calcule

- a componente radial da força de reação exercida pelo pivô sobre a haste nesse instante, em função de M , L , a , θ , ω e g ;
- o ângulo θ para que a componente radial da força de reação se anule, em função de M , L , a , ω e g .

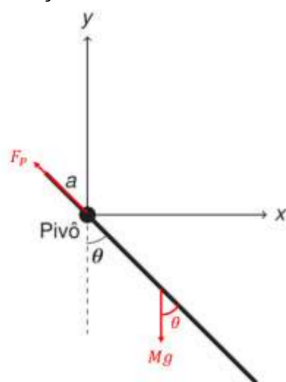


Gabarito

O centro de massa da haste está em seu ponto médio. A componente radial da segunda lei de Newton relaciona a reação do pivô à aceleração centrípeta desse ponto.

Etapa 1. (a) Escreva a equação radial do movimento.

Na configuração desenhada, a distância do centro de massa ao pivô é $r = L/2 - a$. Adote como positivo o sentido radial em direção ao pivô e denote por F_p a componente da reação nesse sentido.



A componente radial do peso se opõe a esse sentido. Portanto,

$$F_p - Mg \cos \theta = M\omega^2 \left(\frac{L}{2} - a \right).$$

Isolando a componente da reação,

$$F_p = Mg \cos \theta + M\omega^2 \left(\frac{L}{2} - a \right).$$

Etapa 2. (b) Determine o ângulo que anula a componente radial.



Impondo $F_p = 0$ na expressão anterior,

$$Mg \cos \theta + M\omega^2 \left(\frac{L}{2} - a \right) = 0,$$
$$\cos \theta = -\frac{\omega^2}{g} \left(\frac{L}{2} - a \right).$$

Assim, para o ângulo entre 0 e π ,

$$\theta = \pi - \arccos \left[\frac{\omega^2}{g} \left(\frac{L}{2} - a \right) \right].$$

Esse ângulo existe se o módulo do argumento do arco cosseno for no máximo 1. A condição anula apenas a componente radial da reação.

Questão 4

Considere um objeto de massa m que descreve uma trajetória elíptica sob a influência de uma estrela de massa M ($M \gg m$). Devido a instabilidades internas, ele se separa em duas partes de massas m_1 e m_2 , com $m_1 = 4m_2$. Em um determinado instante, as posições das massas m_1 e m_2 são, respectivamente, dadas por $P_1 = \left(\frac{3a}{4}, \frac{b}{4} \right)$ e $P_2 = (a, y_2)$, em que a é o semieixo maior, b é o semieixo menor e os focos da elipse descrita originalmente por m estão no eixo x .

Considerando que a origem do sistema de coordenadas coincide com o centro da elipse, determine

- y_2 ;
- a menor energia potencial gravitacional possível do sistema nesse instante.

Gabarito

A resolução da Pensi toma o centro de massa dos fragmentos como um ponto da elipse original. Os resultados abaixo dependem dessa hipótese, que não decorre, em geral, da conservação da quantidade de movimento e não é explicitada no enunciado.

Etapla 1. (a) Determine as coordenadas do centro de massa.

Como $m_1 = 4m_2$, a posição do centro de massa dos fragmentos é

$$(x_0, y_0) = \frac{4P_1 + P_2}{5}$$
$$= \left(\frac{4a}{5}, \frac{b + y_2}{5} \right).$$

Admitindo, como no gabarito, que esse ponto pertence à elipse,

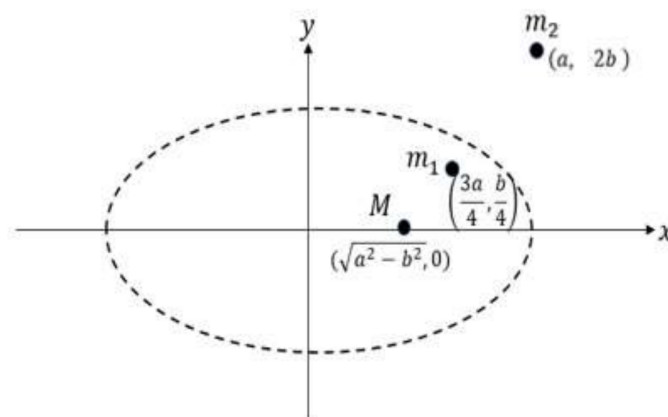
$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1,$$
$$\frac{16}{25} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1,$$
$$y_0 = \pm \frac{3b}{5}.$$

Com $y_0 = (b + y_2)/5$, seguem os valores condicionais

$$y_2 = 2b \quad \text{ou} \quad y_2 = -4b.$$

Etapla 2. (b) Escolha a configuração de menor energia.

Entre os dois valores anteriores, $y_2 = 2b$ aproxima m_2 da estrela e de m_1 , reduzindo a energia potencial. Como as duas massas têm coordenadas horizontais positivas, a menor energia entre as duas escolhas de foco ocorre com a estrela em $(c, 0)$, onde $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.



As distâncias da estrela aos fragmentos são

$$d_1 = \sqrt{\left(\frac{3a}{4} - c\right)^2 + \frac{b^2}{16}},$$

$$d_2 = \sqrt{(a - c)^2 + 4b^2}.$$

Etapa 3. (b) Calcule a energia na aproximação da Pensi.

Se d_{12} é a distância entre os fragmentos, a energia gravitacional é a soma das três interações:

$$E_p = -\frac{GMm_1}{d_1} - \frac{GMm_2}{d_2} - \frac{Gm_1m_2}{d_{12}}.$$

A Pensi despreza a última parcela no regime $M \gg m$. Com $m_1 = 4m/5$ e $m_2 = m/5$, seu resultado fica

$$E_{p,\min} \simeq -\frac{GMm}{5} \left(\frac{4}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right).$$

Essa expressão usa as distâncias definidas acima e mantém a hipótese do item (a). Sem uma condição adicional sobre a evolução dos fragmentos, o enunciado não garante os valores de y_2 obtidos pelo gabarito.

Questão 5

Uma viga fina, cilíndrica, incompressível, maciça de cobre (massa molar M_{Cu}), de massa m , comprimento L e coeficiente de expansão térmica linear α , está posicionada verticalmente sobre o piso de um recipiente que contém um banho de água (calor específico $c_{\text{H}_2\text{O}}$ e densidade $\rho_{\text{H}_2\text{O}}$) com volume V , inicialmente à temperatura ambiente de 20°C . Sobre a extremidade superior da viga, é colocada uma massa M_1 , que exerce uma força compressiva ao longo de seu eixo. Uma fonte de calor é então acionada, fornecendo energia ao banho até que sua temperatura atinja 90°C . Nesse momento, a fonte de calor é desligada, e a massa M_1 é imediatamente substituída por uma massa menor, M_2 . Com a fonte desligada e a massa reduzida, o sistema esfria e retorna à temperatura ambiente de 20°C . Assim que essa temperatura é atingida, a massa M_1 é recolocada sobre a viga, e a fonte de calor é religada, reiniciando-se o ciclo. Admita que não há troca de calor de M_1 ou M_2 com o sistema.

Considerando válida a lei de Dulong-Petit: $c_V = 3R$ (calor específico molar) para sólidos cristalinos, em que R é a constante universal dos gases, determine

- o trabalho total realizado em um ciclo;
- a eficiência da máquina térmica descrita.

Gabarito

O trabalho líquido é a diferença entre o trabalho de expansão sob a massa M_1 e o de contração sob M_2 . A eficiência compara esse trabalho ao calor fornecido no aquecimento.

**Etapa 1. (a) Calcule o trabalho em cada trecho.**

A variação de temperatura é $\Delta T = 70 \text{ K}$, e a dilatação da viga é $\Delta L = La\Delta T$. Assim,

$$\begin{aligned}W_{\text{exp}} &= M_1 g \Delta L \\&= M_1 g La \Delta T, \\W_{\text{cont}} &= -M_2 g \Delta L \\&= -M_2 g La \Delta T.\end{aligned}$$

Somando os dois trabalhos,

$$\begin{aligned}W_{\text{ciclo}} &= (M_1 - M_2) g La \Delta T \\&= \boxed{(M_1 - M_2) g La \cdot 70 \text{ K}}.\end{aligned}$$

Etapa 2. (b) Determine o calor fornecido.

O balanço considera o aquecimento do cobre e da água, além do trabalho de elevação de M_1 . As capacidades térmicas do cobre e da água são

$$\begin{aligned}C_{\text{Cu}} &= \frac{m}{M_{\text{Cu}}} 3R, \\C_{\text{água}} &= \rho_{\text{H}_2\text{O}} V c_{\text{H}_2\text{O}}.\end{aligned}$$

Portanto, o calor recebido no aquecimento é

$$\begin{aligned}Q_q &= C_{\text{Cu}} \Delta T + C_{\text{água}} \Delta T + W_{\text{exp}} \\&= (C_{\text{Cu}} + C_{\text{água}} + M_1 g La) \Delta T.\end{aligned}$$

Etapa 3. (b) Calcule a eficiência do ciclo.

Dividindo o trabalho líquido pelo calor recebido, o fator ΔT se cancela:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{W_{\text{ciclo}}}{Q_q} \\&= \boxed{\frac{(M_1 - M_2) g La}{C_{\text{Cu}} + C_{\text{água}} + M_1 g La}}.\end{aligned}$$

As capacidades térmicas na expressão são as definidas na etapa anterior, em termos dos parâmetros dados.

Questão 6

Uma luneta astronômica é composta por duas lentes delgadas dispostas em um tubo: uma lente objetiva de distância focal $f_1 = +80 \text{ cm}$; e uma lente ocular de distância focal $f_2 = +5,0 \text{ cm}$.

Sabendo que, nesse equipamento, as imagens dos objetos celestes observados são formadas a longas distâncias do observador, faça o que se pede nos itens a seguir.

- Calcule o comprimento L do tubo que separa as lentes.
- Calcule o aumento angular G da luneta para objetos a longas distâncias e indique a orientação da imagem.
- Descreva a posição e o tipo de imagem conjugada pela luneta de um objeto localizado a 40 cm da lente objetiva. A imagem final é maior ou menor que o objeto?

Gabarito

Para objetos distantes, os focos internos das lentes coincidem, definindo o comprimento da luneta. Para o objeto próximo, aplica-se a equação de Gauss sucessivamente à objetiva e à ocular.

**Etapa 1. (a)** Determine o comprimento do tubo.

A objetiva forma a imagem do objeto distante em seu foco imagem. Esse ponto coincide com o foco objeto da ocular, para que os raios emergentes sejam paralelos. Logo,

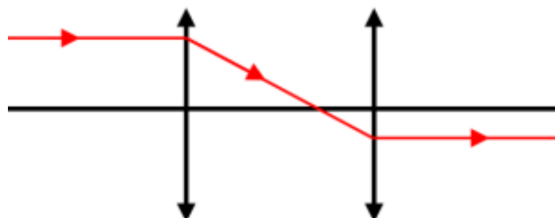
$$\begin{aligned} L &= f_1 + f_2 \\ &= 80 \text{ cm} + 5,0 \text{ cm} \\ &= \boxed{85 \text{ cm}}. \end{aligned}$$

Etapa 2. (b) Calcule o aumento angular e a orientação.

O aumento angular da luneta é a razão negativa das distâncias focais:

$$\begin{aligned} G &= -\frac{f_1}{f_2} \\ &= -\frac{80 \text{ cm}}{5,0 \text{ cm}} \\ &= \boxed{-16}. \end{aligned}$$

O sinal negativo indica imagem invertida, como mostra o traçado dos raios.

**Etapa 3. (c)** Determine a imagem formada pela objetiva.

Para $p_1 = 40 \text{ cm}$, a equação de Gauss fornece

$$\begin{aligned} p'_1 &= \frac{f_1 p_1}{p_1 - f_1} \\ &= \frac{80 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{40 \text{ cm} - 80 \text{ cm}} \\ &= -80 \text{ cm}. \end{aligned}$$

A imagem é virtual e fica à esquerda da objetiva. Seu aumento transversal é

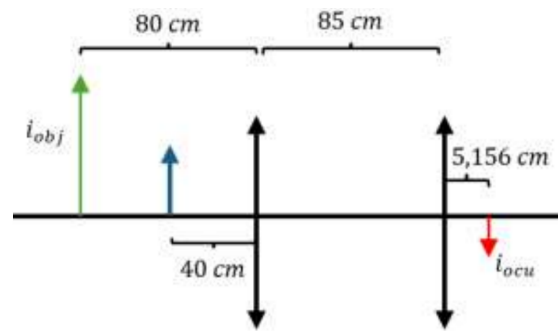
$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{p'_1}{p_1} \\ &= -\frac{-80 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} \\ &= 2. \end{aligned}$$

Etapa 4. (c) Determine a imagem formada pela ocular.

A imagem da objetiva funciona como objeto para a ocular, a uma distância $p_2 = 80 \text{ cm} + 85 \text{ cm} = 165 \text{ cm}$. Assim,

$$\begin{aligned} p'_2 &= \frac{f_2 p_2}{p_2 - f_2} \\ &= \frac{5,0 \text{ cm} \cdot 165 \text{ cm}}{165 \text{ cm} - 5,0 \text{ cm}} \\ &= \frac{165}{32} \text{ cm} \\ &\approx \boxed{5,156 \text{ cm}}. \end{aligned}$$

Como $p'_2 > 0$, a imagem final é real e fica à direita da ocular.



Etapla 5. (c) Calcule o aumento total.

O aumento da ocular e o aumento total são

$$\begin{aligned} A_2 &= -\frac{p'_2}{p_2} \\ &= -\frac{1}{32}, \\ A_{\text{total}} &= A_1 A_2 \\ &= 2 \left(-\frac{1}{32} \right) \\ &= \boxed{-\frac{1}{16}}. \end{aligned}$$

Portanto, a imagem final é real, invertida e 16 vezes menor que o objeto.

Questão 7

Um feixe cilíndrico e homogêneo de luz laser de intensidade I_0 incide sobre um sistema de $N + 1$ polarizadores dispostos em sequência. O eixo de polarização de cada polarizador forma um ângulo β com o eixo de polarização do polarizador anterior, de modo que $\phi = N\beta$ é o ângulo entre o eixo de polarização do último polarizador e o do primeiro. O laser possui polarização paralela ao eixo do primeiro polarizador e, devido a reflexões e absorções, sua intensidade após a passagem por cada polarizador é igual a uma fração x daquela que seria obtida em um caso ideal.

Considerando P a potência registrada por um analisador após o feixe atravessar todo o sistema, determine, em termos de I_0 , ϕ , x , N e P ,

- a intensidade do feixe após passar pelo sistema;
- o raio do feixe.

Gabarito

A lei de Malus fornece a redução de intensidade entre polarizadores consecutivos. O fator de transmissão x atua em todos os $N + 1$ polarizadores; ao final, a potência e a intensidade determinam a área do feixe.

Etapla 1. (a) Aplique a lei de Malus sucessivamente.

O laser já está alinhado ao primeiro polarizador, de modo que nesse elemento há apenas a perda representada por x . Nos seguintes,

$$\begin{aligned} I_1 &= xI_0, \\ I_2 &= xI_1 \cos^2 \beta \\ &= I_0 x^2 \cos^2 \beta, \\ I_3 &= xI_2 \cos^2 \beta \\ &= I_0 x^3 \cos^4 \beta. \end{aligned}$$



Após todos os polarizadores, há N fatores $\cos^2 \beta$. Como $\beta = \phi/N$,

$$I_{N+1} = I_0 x^{N+1} \cos^{2N} \left(\frac{\phi}{N} \right).$$

Etapla 2. (b) Determine o raio pela potência do feixe.

O feixe é homogêneo e tem seção circular. Logo,

$$I_{N+1} = \frac{P}{\pi R^2},$$

$$R^2 = \frac{P}{\pi I_{N+1}}.$$

Substituindo a intensidade do item (a) e tomando a raiz positiva,

$$R = \sqrt{\frac{P}{\pi I_0 x^{N+1} \cos^{2N}(\phi/N)}}.$$

Questão 8

Um celular de massa 100 g e calor específico médio de $2,0 \frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}}$, com bateria de 2 Ah de capacidade de carga e tensão de 5,0 V, é carregado completamente em 20 min por um carregador indutivo dotado de um solenoide de 20 espiras por centímetro, seção transversal circular de raio 0,5 cm e comprimento 2 cm. O celular possui um solenoide idêntico que se acopla perfeitamente ao solenoide do carregador durante o carregamento. O carregamento é realizado por ciclos, em cada qual a bobina do carregador é percorrida por uma corrente elétrica que varia linearmente entre 0 e 14 A em um período de tempo Δt , o que induz uma f.e.m. de módulo igual à tensão da bateria na bobina do celular, permanecendo constante durante todo o processo de carregamento. O processo de carregamento foi responsável pelo aumento da temperatura média do aparelho de 20 °C para 50 °C.

Considerando que a bateria estava totalmente descarregada no início do processo, determine

- o mínimo valor possível da potência média, em watts, fornecida pelo carregador;
- o máximo valor possível de Δt em segundos.

Gabarito

A potência mínima deve suprir a energia armazenada na bateria e o aquecimento observado. O tempo de variação da corrente é determinado pela lei de Faraday, com acoplamento perfeito entre as bobinas.

Etapla 1. (a) Calcule as duas parcelas de energia.

A carga da bateria é $Q = 2 \text{ Ah} = 7200 \text{ C}$. A energia elétrica armazenada é

$$E_{\text{armaz}} = QU$$

$$= 7200 \text{ C} \cdot 5,0 \text{ V}$$

$$= 36\,000 \text{ J}.$$

O aumento de temperatura é de 30 °C. A energia retida como aquecimento vale

$$E_{\text{term}} = mc\Delta T$$

$$= 100 \text{ g} \cdot 2,0 \frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}} \cdot 30^\circ\text{C}$$

$$= 6000 \text{ J}.$$

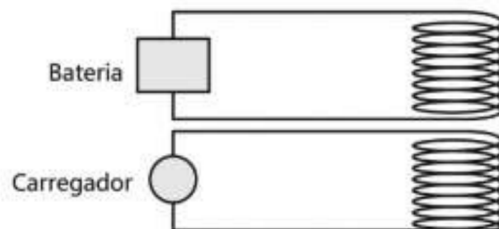
Etapla 2. (a) Determine a potência média mínima.

Desprezando perdas adicionais e usando o tempo total de carga $t_c = 1200 \text{ s}$,

$$\begin{aligned}
 P_{\min} &= \frac{E_{\text{armaz}} + E_{\text{térm}}}{t_c} \\
 &= \frac{36\,000\text{ J} + 6000\text{ J}}{1200\text{ s}} \\
 &= \boxed{35\text{ W}}.
 \end{aligned}$$

Etapla 3. (b) Determine o fluxo concatenado na bobina.

A corrente do carregador produz um campo variável que atravessa as espiras do celular.



A densidade de espiras é $n = 2000\text{ m}^{-1}$, e o número de espiras em cada bobina é $N = 20 \cdot 2 = 40$. A soma das áreas das espiras é

$$\begin{aligned}
 A_{\text{total}} &= N\pi r^2 \\
 &= 40\pi(5,0 \times 10^{-3}\text{ m})^2 \\
 &= \pi \cdot 1,0 \times 10^{-3}\text{ m}^2.
 \end{aligned}$$

Como $B = \mu_0 ni$ e o fluxo é máximo no acoplamento perfeito, a lei de Faraday fornece

$$|\mathcal{E}| = A_{\text{total}}\mu_0 n \left| \frac{di}{dt} \right|.$$

Etapla 4. (b) Calcule o intervalo máximo da rampa de corrente.

A corrente varia linearmente em $\Delta i = 14\text{ A}$, e a f.e.m. tem módulo $5,0\text{ V}$. Usando $\mu_0 = 4\pi \cdot 1 \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$, tem-se $\mu_0 n = 8\pi \cdot 1 \times 10^{-4} \frac{\text{H}}{\text{m}^2}$. A indutância mútua é

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M} &= A_{\text{total}}\mu_0 n \\
 &= \pi \cdot 1 \times 10^{-3}\text{ m}^2 \cdot 8\pi \cdot 1 \times 10^{-4} \frac{\text{H}}{\text{m}^2} \\
 &= 8\pi^2 \cdot 1 \times 10^{-7}\text{ H}.
 \end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned}
 \Delta t_{\max} &= \frac{\mathcal{M}\Delta i}{|\mathcal{E}|} \\
 &= \frac{8\pi^2 \cdot 1 \times 10^{-7}\text{ H} \cdot 14\text{ A}}{5,0\text{ V}} \\
 &= 2,24\pi^2 \cdot 1 \times 10^{-6}\text{ s} \\
 &\approx \boxed{2,21 \times 10^{-5}\text{ s}}.
 \end{aligned}$$

Questão 9

Uma grade de difração está posicionada horizontalmente a 20 cm acima do solo, na qual incide luz solar perpendicularmente. No solo, a projeção do primeiro máximo de difração do laranja (600 nm) ocorre a 20 cm do ponto central.

Dada as considerações, determine

- a distância entre as ranhuras da grade de difração;
- a distância do primeiro máximo de difração do violeta (400 nm) até o ponto central.

Gabarito

A posição do máximo laranja determina o ângulo de difração e o espaçamento da grade. Com esse espaçamento, a condição de interferência construtiva fornece a posição do máximo violeta.

Etapas 1. (a) Determine o espaçamento entre as ranhuras.

A distância horizontal do máximo laranja e a altura da grade são ambas 20 cm. Portanto, $\theta = 45^\circ$. A condição de máximo é $a \sin \theta = n\lambda$. Para a primeira ordem, $n = 1$:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\lambda}{\sin 45^\circ} \\ &= \frac{600 \text{ nm}}{\sqrt{2}/2} \\ &= \boxed{600\sqrt{2} \text{ nm}}. \end{aligned}$$

Etapas 2. (b) Calcule o ângulo de difração do violeta.

Para $\lambda = 400 \text{ nm}$, a mesma grade fornece

$$\begin{aligned} \sin \theta_v &= \frac{400 \text{ nm}}{600\sqrt{2} \text{ nm}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

Para obter a distância horizontal, use a identidade que relaciona seno e tangente:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin^2 \theta_v} &= \frac{1}{\tan^2 \theta_v} + 1, \\ \frac{9}{2} &= \frac{1}{\tan^2 \theta_v} + 1, \\ \tan \theta_v &= \sqrt{\frac{2}{7}}. \end{aligned}$$

Etapas 3. (b) Determine a distância ao ponto central.

Multiplicando a tangente pela altura da grade,

$$\begin{aligned} d &= 20 \text{ cm} \cdot \tan \theta_v \\ &= 20\sqrt{\frac{2}{7}} \text{ cm} \\ &\approx \boxed{10,7 \text{ cm}}. \end{aligned}$$

Questão 10

Considere uma missão espacial cujo objetivo é coletar dados do sistema planetário da estrela Sirius, localizada a 8,6 anos-luz do nosso sistema Solar. Para tal, duas espaçonaves são lançadas da Terra de forma que atingem as fronteiras do sistema Solar ao mesmo instante t_0 , para um observador na Terra, em trajetórias paralelas e velocidades constantes, $v_1 = 0,8c$ e $v_2 = 0,6c$, em que c é a velocidade da luz. Assim que chega ao sistema planetário de Sirius, a espaçonave 1 emite um sinal para a espaçonave 2.

Dada as considerações, determine

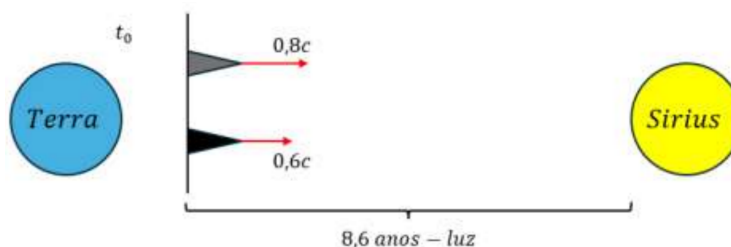
- o tempo transcorrido na Terra, desde o instante t_0 até que a espaçonave 2 receba o sinal emitido pela espaçonave 1;
- o tempo transcorrido para os astronautas da espaçonave 2, desde o instante t_0 até que recebam o sinal emitido pela espaçonave 1.

Gabarito

No referencial da Terra, a cinemática determina o instante de recepção do sinal. A dilatação temporal fornece o intervalo próprio medido pelos astronautas da nave 2.

Etapa 1. (a) Calcule o instante em que a nave 1 chega a Sirius.

Tomando t_0 como origem dos tempos, as naves partem em direção à estrela.



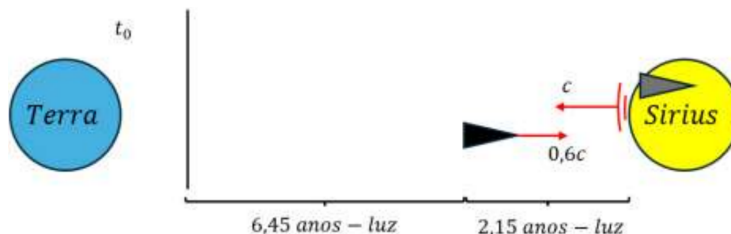
Em anos e anos-luz, a luz percorre um ano-luz por ano. O tempo de viagem da nave 1 é

$$t_1 = \frac{8,6}{0,8} \text{ anos} \\ = 10,75 \text{ anos.}$$

Nesse intervalo, a nave 2 percorre $0,6 \cdot 10,75 = 6,45$ anos-luz e fica a 2,15 anos-luz de Sirius.

Etapa 2. (a) Determine o instante de recepção do sinal.

O sinal retorna em direção à nave 2. No referencial terrestre, a distância entre eles diminui à taxa $c + v_2 = 1,6c$.



O intervalo entre a emissão e a recepção é

$$t_s = \frac{2,15}{1,6} \text{ anos} \\ = 1,34375 \text{ anos.}$$

Somando os intervalos sem arredondar as parcelas,

$$\Delta t_{\text{Terra}} = t_1 + t_s \\ = 10,75 \text{ anos} + 1,34375 \text{ anos} \\ = 12,09375 \text{ anos} \\ \approx \boxed{12,09 \text{ anos}}.$$



Etapla 3. (b) Calcule o tempo próprio da nave 2.

Os eventos de saída em t_0 e recepção ocorrem no mesmo local no referencial da nave 2. Assim, o tempo medido a bordo é o tempo próprio:

$$\begin{aligned}\Delta t_2 &= \Delta t_{\text{Terra}} \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}} \\ &= 12,093\,75 \text{ anos} \sqrt{1 - 0,6^2} \\ &= 12,093\,75 \text{ anos} \cdot 0,8 \\ &= \boxed{9,675 \text{ anos}}.\end{aligned}$$